

UNIVERZITET U BEOGRADU
FIZIČKI FAKULTET

**DETEKCIJA I SPEKTROSKOPIJA MIONA IZ
KOSMIČKOG ZRAČENJA PLASTIČNIM
SCINTILACIONIM DETEKTORIMA**

- doktorska disertacija -

kandidat

mr Dejan Joković

mentor

prof. dr Jovan Puzović

Niskofonska laboratorija za nuklearnu fiziku
Institut za fiziku, Beograd
Beograd, 2011.

SADRŽAJ

1 UVOD	1
2 PRIMARNO KOSMIČKO ZRAČENJE	4
2.1 Svojstva primarnog kosmičkog zračenja	4
2.2 Solarna modulacija kosmičkog zračenja	8
2.3 Kosmičko zračenje u geomagnetsnom polju	11
3 INTERAKCIJE ČESTICA VISOKIH ENERGIJA SA MATERIJOM	13
3.1 Elektromagnetne interakcije čestica visokih energija	13
3.1.1 Rasejanje nanelektrisane čestice	13
3.1.2 Jonizacija i ionizacioni gubitak energije	16
3.1.3 Fotoefekat i Komptonov efekat	19
3.1.4 Zakočno zračenje	22
3.1.5 Obrazovanje para nanelektrisanih čestica	26
3.1.6 Anihilacija pozitrona	29
3.1.7 Kaskadni pljusak	30
3.1.8 Čerenkovljevo zračenje	31
3.2 Hadronske interakcije čestica visokih energija	31
3.2.1 Neelastične hadronske interakcije	31
3.2.2 Spektar i multiplicitet sekundarnih čestica	35
3.2.3 Model minidžetova	37
4 KOSMIČKO ZRAČENJE U ATMOSFERI I NA POVRŠINI ZEMLJE	40
4.1 Svojstva sekundarnog kosmičkog zračenja	40
4.1.1 Atmosfera	40
4.1.2 Intenzitet sekundarnog kosmičkog zračenja	43
4.1.3 Komponente sekundarnog kosmičkog zračenja	44
4.2 Hadronske kaskade i produkcija nukleona i piona	48
4.2.1 Producija i intenzitet nukleona	49
4.2.2 Producija i intenzitet piona	51
4.2.3 Elektromagnetna komponenta iz raspada neutralnih piona	54

4.3 Mioni u atmosferi	57
4.3.1 Producija i intenzitet miona iz raspada mezona	58
4.3.2 Odnos broja pozitivnih i broja negativnih miona	64
4.3.3 Meka elektronska komponenta iz interakcija i raspada miona	65
5 MERENJE INTENZITETA MIONA IZ KOSMIČKOG ZRAČENJA U NISKOFONSKOJ LABORATORIJI INSTITUTA ZA FIZIKU	69
5.1 Eksperimentalna postavka i spektri scintilacionih detektora	70
5.2 Simulacija spektralnog odziva scintilacionih detektora	75
5.2.1 Konstrukcija detektora	75
5.2.2 Čestice i fizički procesi	76
5.2.3 Generisanje događaja	77
5.2.4 Kalkulacija deponovane energije	81
5.2.5 Simulirani spektri gubitaka energije	81
5.2.6 Poređenje simuliranih i eksperimentalnih spektara	83
5.3 Eksperimentalni rezultati merenja intenziteta miona	85
5.3.1 Intenzitet miona	85
5.3.2 Intenzitet elektronske komponente	90
5.3.3 Vremenske promene intenziteta miona	91
5.3.4 Dekoherenca	99
6 ZAKLJUČAK	102
REFERENCE	104

Ova doktorska disertacija urađena je u Niskofonskoj laboratoriji za nuklearnu fiziku „Dr Radovan Antanasijević“ Instituta za fiziku u Beogradu, i ona predstavlja jedan sažetak dela istraživanja kosmičkog zračenja u laboratoriji. Želim da se zahvalim mentorima prof. dr Ivanu Aničinu i prof. dr Jovanu Puzoviću na ukazanom poverenju, podršci i strpljenju. Takođe, zahvalio bih se i saradnicima dr Bojani Grabež, dr Vladimiru Udovičiću, dr Aleksandru Dragiću, dr Dimitriju Maletiću, mr Radomiru Banjancu, dipl. fiz. Nikoli Veselinoviću i dipl. fiz. Mihailu Saviću za korisne sugestije i pomoć pri radu. Posebno zahvalnost dugujem dr Radovanu Antanasijeviću koji nas je sve okupio i koji, na žalost, već dugo nije sa nama, ali koga se uvek sećamo.

Dejan Joković

1 UVOD

Kosmičko zračenje je skup visokoenergetskih čestica ekstraterestrijalnog porekla koje se kreću ultrarelativističkim brzinama kroz svemir i Zemlju pogađaju iz svih pravaca. Fenomen kosmičkog zračenja otkrio je Viktor Franc Hes, nakon serije eksperimenata u balonima na različitim visinama u atmosferi u periodu 1911. – 1912. godina [7]. On je primetio da se elektroskop mnogo brže razelektriše na većim nadmorskim visinama nego na površini Zemlje, i pretpostavio je da mora postojati dodatni izvor ionizacije molekula vazduha, pored prirodne radioaktivnosti iz Zemlje. Pokazao je i da intenzitet ovog novog zračenja raste sa visinom, čak do nekoliko puta na većim visinama. Sumirajući rezultate, Hes je zaključio da je uzrok te pojave postojanje radijacije koje ulazi u atmosferu odozgo. Za ovo otkriće dobio je Nobelovu nagradu 1936. godine. U početku se verovalo da je kosmičko zračenje elektromagnetno (otuda i naziv *zračenje*), dok kasnije nije primećeno da na njega utiče Zemljino magnetno polje, te stoga mora biti nanelektrisano. Do 50-tih godina XX veka kosmičko zračenje bilo je jedini izvor visokoenergetskih čestica u eksperimentalnoj fizici visokih energija, što je dovelo do otkrića novih elementarnih čestica, uključujući pozitron, mion i pion. Zajedno sa Hesom, Karl Anderson je dobio Nobelovu nagradu za otkriće pozitrona 1936. godine.

Kosmičko zračenje je jedinstvena pojava u Vasioni i kao takva je od svog otkrića predmet brojnih teorijskih i eksperimentalnih istraživanja. Većina ovih istraživanja su, uz akceleratorsku fiziku visokih energija, sigurno najsloženiji i najskuplji naučni poduhvati, i realizuju se kroz međunarodne inicijative i kolaboracije uz učešće velikog broja istraživača i inžinjera. Zbog prirode kosmičkog zračenja i u zavisnosti od ciljeva istraživanja, eksperimentalne instalacije se nalaze na različitim *egzotičnim* lokacijama širom sveta, visoko na planinama ili duboko pod zemljom ili morem, u severnom i južnom polarnom krugu, na satelitima i svemirskim sondama. Prema lokaciji eksperimenti se svrstavaju u zemaljske (The Pierre Auger Observatory, IceCube, ANTARES, AGASA, Super-K, KASCADE, MAGIC, H.E.S.S., Spaceship Earth, Real-time NMDB, GAMMA, HiRes Fly's Eye, itd.), balonske (ANITA, ATIC, BESS, CAPRICE94, CREAM) i satelitske (Fermi-GLAST, PAMELA, AGILE, AMS-02, SOHO, ACE, Cassini-Huygens). Mnogi novi, veći i savremeniji eksperimenti su u fazi predloga, projektovanja ili početka izgradnje (Auger-North, KASCADE-Grande, KM3NeT, CTA, EURECA, SNO+, Hyper-K, LAGUNA, DUSEL, INO, ARIANNA, LISA, E.T.). Brojnost i raznovrsnost aktuelnih istraživanja pokazuje da je u poslednje dve ili tri decenije fizika kosmičkog zračenja doživela pravi *revival*, u odnosu na raniji period kada su čestičnu fiziku gotovo potpuno preuzezeli

akceleratorski eksperimenti; stvorena je čitava nova grana fizike – astročestična fizika. Jedan od razloga svakako je to što su akceleratori za jedan duži period dostigli maksimum u smislu energije čestica, pre svega zbog materijalnih sredstava. Razvojem velikih detektora kaskadnih pljuskova kosmičkog zračenja, sada se mogu proučavati svojstva elementarnih čestica na energijama koje su nekoliko redova veličine više od akceleratorskih. Problem je, naravno, taj da je fluks tih visokoenergetskih čestica veoma mali ($1 \text{ m}^{-2}\text{y}^{-1}$ ili manje). Sa druge strane, u oblasti niskih energija kosmičkog zračenja izučavanja su fokusirana na delovanje zemaljskog i solarnog magnetnog polja, zatim na vremenske promene intenziteta i uticaj na klimu, kao i na solarno i tzv. anomalno kosmičko zračenje. Poreklo, ubrzavanje i propagacija kosmičkog zračenja kroz galaksiju još jedno su interesantno, i od skoro u naglom razvoju, polje istraživanja, koje ima i širi značaj u astrofizici i kosmologiji. Problematika kojom se bavi, veličina eksperimenata, kompleksnost eksperimentalnih uređaja, sve to modernu fiziku kosmičkog zračenja čini *cutting edge* naučnom disciplinom.

Niskofonska laboratorija za nuklearnu fiziku Instituta za fiziku u Beogradu već skoro punu deceniju bavi se istraživanjima kosmičkog zračenja. Eksperimentalne aparature smeštene su u laboratoriji na površini Zemlje kao i u plitko ukopanoj podzemnoj laboratoriji. Laboratorija je osposobljena za proučavanja niskoenergetskog kosmičkog zračenja, pre svega za merenja intenziteta njegovih komponenti i vremenskih promena tog intenziteta, zatim za izučavanja procesa indukovanih kosmičkim zračenjem u atmosferi ili u zemljisu, kao i uticaja na klimatske procese. Na površini Zemlje kosmičko zračenje uglavnom se sastoji od sekundarnih čestica koje se, u zavisnosti od energije, svrstavaju u tzv. tvrdi i meki komponentu kosmičkog zračenja. Tvrdu komponentu sekundarnog kosmičkog zračenja na nivou mora uglavnom čine mioni. Merenja intenziteta miona na površini Zemlje omogućavaju izučavanje primarnog kosmičkog zračenja i njegovih hadronskih interakcija. Vremenske promene intenziteta miona reflektuju različite fenomene vezane za fiziku Sunca i heliosfere i mogu da daju informacije o procesu solarne modulacije i povezanosti intenziteta kosmičkog zračenja sa solarnom aktivnošću. Poznavanje ukupnog fluksa miona je važno u fizici neutrina, zbog bliske veze između produkcije atmosferskih miona i neutrina. U eksperimentima koji zahtevaju izuzetno nizak nivo fonskog zračenja (potraga za tamnom materijom, raspad protona ili dvostruki beta raspad), mioni značajno doprinose ukupnom fonu, pre svega indirektno, preko produkcije visokoenergetskih neutrona.

U današnjoj fizičarskoj praksi razvijaju se različite Monte Karlo metode za simulacije prirodnih fenomena. Moderna čestična i nuklearna fizika i aktuelni eksperimenti zahtevaju složene a snažne softverske alate i aplikacije. Naglo povećanje dimenzija, kompleksnosti i

osetljivosti savremenih detektorskih sistema nameće obavezu da simulacije budu dovoljno brze, precizne i sveobuhvatne. U Niskofonskoj laboratoriji Instituta za fiziku razvijeni su simulacioni programi bazirani na softverskom paketu Geant4, koji su namenjeni za simulacije transporta čestica kroz materiju i njihovih interakcija, kao i za proračune spektralnog odziva detektora, u skladu sa konkretnim problemima u različitim eksperimentima.

Doktorska teza podeljena je u šest glava. Prva glava je ovaj uvod, kojim se čitalac uvodi u problematiku fizike kosmičkog zračenja. U drugoj glavi opisana su neke opšte osobine primarnog kosmičkog zračenja: hemijska kompozicija, energetski spektar, solarna modulacija i delovanje geomagnetskog polja na kosmičko zračenje. Zatim, u trećoj glavi, dat je pregled elektromagnetnih i hadronskih interakcija čestica visokih energija sa materijom, čiji mehanizmi su odgovorni za stvaranje kaskada čestica u atmosferi, i na kojima su, sa druge strane, zasnovane simulacione metode i programi i detekcione tehnike. Četvrta glava je posvećena detaljnoj teoriji kosmičkog zračenja u atmosferi: opisani su obrazovanje sekundarnih čestica, kaskadni procesi, interakcije i raspadi sekundarnih čestica, i izvedeni su intenziteti komponenti u zavisnosti od atmosferske dubine, energije ili zenitnog ugla. U petoj glavi predstavljeni su Niskofonska laboratorija Instituta za fiziku, istraživanja kosmičkog zračenja u laboratoriji i eksperimentalni rezultati dobijeni u poslednjih nekoliko godina, na nivou tla i pod zemljom. Takođe, urađene su simulacije spektralnog odziva detektora na mione i elektrone iz kosmičkog zračenja, i dobijeni spektri gubitaka energije upoređeni su sa eksperimentalnim spektrima. Prezentovani su rezultati merenja fluksa i vertikalnog intenziteta mionske i, preliminarno, elektronske komponente kosmičkog zračenja i upoređeni su sa rezultatima sličnih merenja u svetu. Vremenske promene mionskog intenzita na geografskoj lokaciji laboratorije posebno su razmatrane, prvo za period 2002. – 2004. a onda i za novija merenja. Na kraju pete glave kratko su prezentovani rezultati još uvek preliminarnih merenja dekoherencije i lateralne separacije miona i elektromagnetnih pljuskova. Poslednja glava je kratak zaključak doktorske teze sa naglaskom na perspektive eksperimenata i simulacija. Na kraju, dat je spisak svih korišćenih referenci. U tekstu se nalazi 8 tabela i 56 slika i grafika.

Rezultati koji su dobijeni u toku rada na ovoj tezi objavljeni su u tri rada u referentnim međunarodnim časopisima [68,69,87], i saopšteni su na pet međunarodnih konferencija o kosmičkom zračenju [86,88,89,97,98].

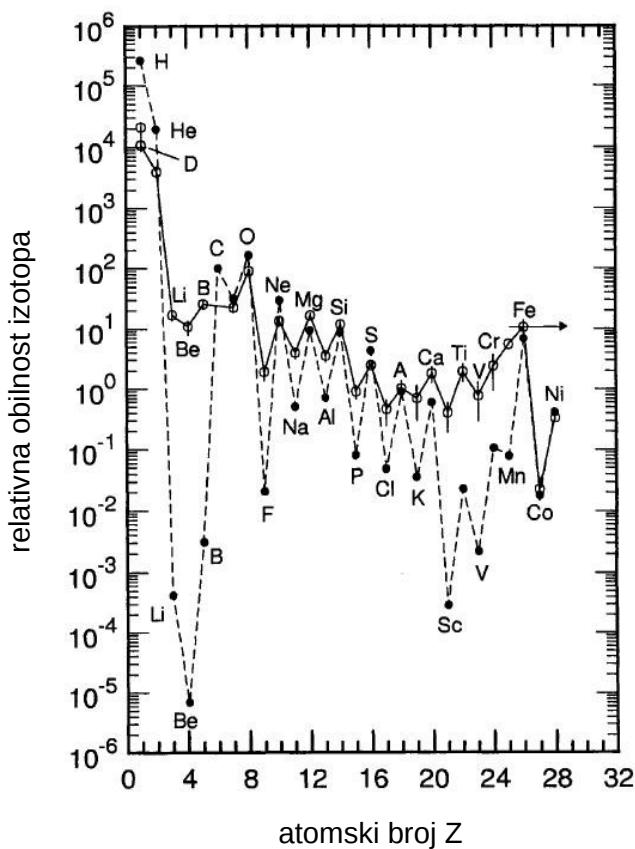
2 PRIMARNO KOSMIČKO ZRAČENJE

Pod terminom *primarno kosmičko zračenje* podrazumevaju se visokoenergetske čestice koje ulaze u atmosferu Zemlje iz spoljašnjeg svemira. U interakcijama ovih čestica sa jezgrima vazduha u najvišim slojevima atmosfere nastaju kaskade novih čestica – ovo zračenje naziva se *sekundarnim kosmičkim zračenjem*. Primarno kosmičko zračenje je praktično jedini direktni uzorak materije koja se nalazi izvan Sunčevog sistema. Merenja njegove hemijske i izotopske kompozicije mogu pomoći u razumevanju koji aspekti materije koja čini Sunčev sistem su zajednički za Mlečni put kao celinu, i da li ima nekih atipičnih fenomena koji bi doveli do nekih saznanja u vezi sa nastankom Sunčevog sistema. Čestice kosmičkog zračenja su nanelektrisane i na njihove putanje utiču međuzvezdana magnetna polja, pa stoga one nose informacije o prirodi tih polja na velikim udaljenostima od Zemlje. Izvan solarnog sistema energija kosmičkog zračenja uporediva je sa energijom magnetnog polja, tako da ono ima glavnu ulogu u određivanju strukture magnetnog polja. U sudarima sa jezgrima međuzvezdanog gasa, kosmičko zračenje menja svoju kompoziciju i te promene je moguće meriti. Takođe, u tim sudarima proizvodi se gama zračenje koje može da se detektuje na Zemlji, dajući informacije o raspodeli međuzvezdanog gasa.

2.1 Svojstva primarnog kosmičkog zračenja

Kosmičko zračenje sastoji se uglavnom od jonizovanih jezgara, približno 90 % vodonika, 9 % helijuma i oko 1 % težih elemenata, sve do gvožđa pa čak i težih jezgara. U stvari, veruje se da hemijsku (ili masenu) kompoziciju kosmičkog zračenja čine, sa različitim doprinosima, sva stabilna jezgra. Kompozicija je energetski zavisna, što je posledica masenog sastava izvora, procesa akceleracije koji zavise od mase čestica, kao i propagacije kroz svemir. Sa povećanjem energije udeo težih jezgara postaje veći, a samim tim i srednja masa primarnih čestica [8,9]. Poznavanje hemijskog sastava kosmičkog zračenja na visokim energijama ograničeno je njegovim malim intenzitetom, usled male statistike i sledstveno velike greške u eksperimentalnim merenjima. Hemijska kompozicija ima još jednu zanimljivu karakteristiku. Većina elemenata prisutna je sa istom relativnom hemijskom obilnošću kao i u Sunčevom sistemu i na Zemlji. Međutim, eksperimentalna merenja pokazuju da je obilnost nekih elemenata u kosmičkom zračenju znatno veća od njihove univerzalne obilnosti, tj. obilnosti na Zemlji i u Sunčevom sistemu, i to nekoliko redova veličine. Dve grupe ovakvih elemenata su posebno

značajne. U prvu grupu spadaju laki elementi Li, Be, i B, gde je ta razlika i najviše izražena, dok drugu grupu čine Sc, Ti, Cr, V i Mn, sa nešto manjom razlikom u obilnosti (slika 2.1). Mogući uzrok veće obilnosti je spalacija ubrzanih jezgara kosmičkog zračenja u njihovim interakcijama sa međuzvezdanom materijom, pri čemu se stvaraju ovi elementi. Oni se nazivaju i sekundarnom komponentom primarnog kosmičkog zračenja. Ostala jezgra, sa obilnošću jednakoj onoj u Sunčevom sistemu, čine *pravu* primarnu komponentu (H, He, C, O, Ne, Mg, Si i Fe). Odnosi obilnosti različitih elemenata, npr. B/C, i zavisnost ovih odnosa od energije imaju bitnu ulogu u određivanju količine (gustine) međuzvezdane materije kroz koju prođu čestice kosmičkog zračenja na putu od svog izvora do posmatrača.



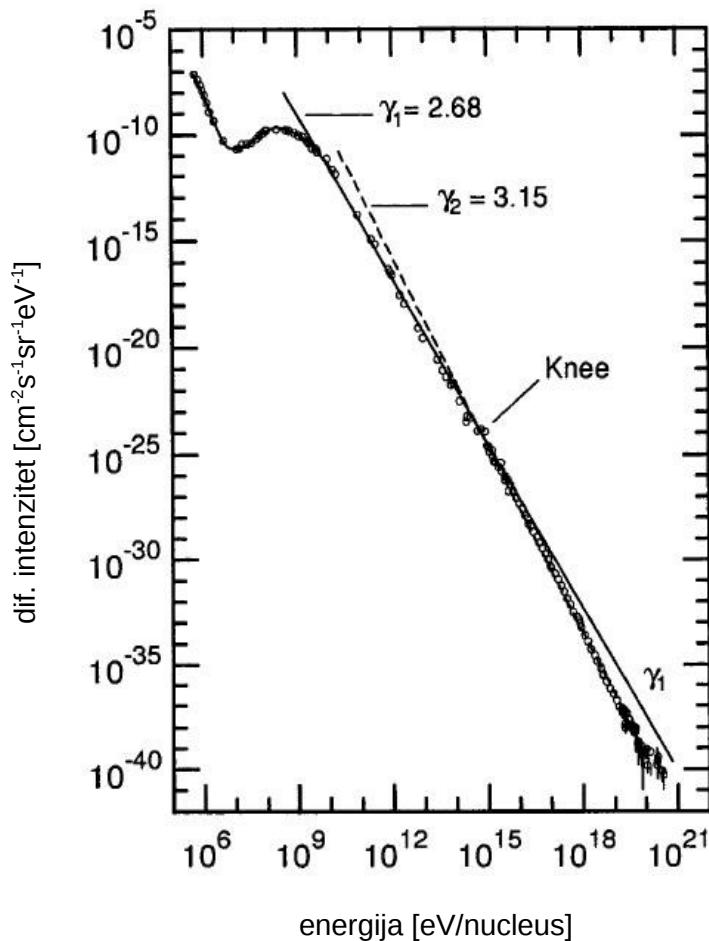
Slika 2.1 Poređenje hemijske kompozicije kosmičkog zračenja i hemijske kompozicije solarnog sistema; obilnosti elemenata normalizovane su na obilnost ugljenika [3].

Energetski spektar hadronske komponente kosmičkog zračenja pruža se preko velikog opsega energije, od 10^6 eV do preko 10^{20} eV (slika 2.2). Niskoenergetski deo spektra, do 10 GeV, podložan je jakim varijacijama usled solarne modulacije, a u skladu sa 11-godišnjim solarnim ciklusom, što se manifestuje kontinuiranim promenama intenziteta sa vremenom. Iznad energije

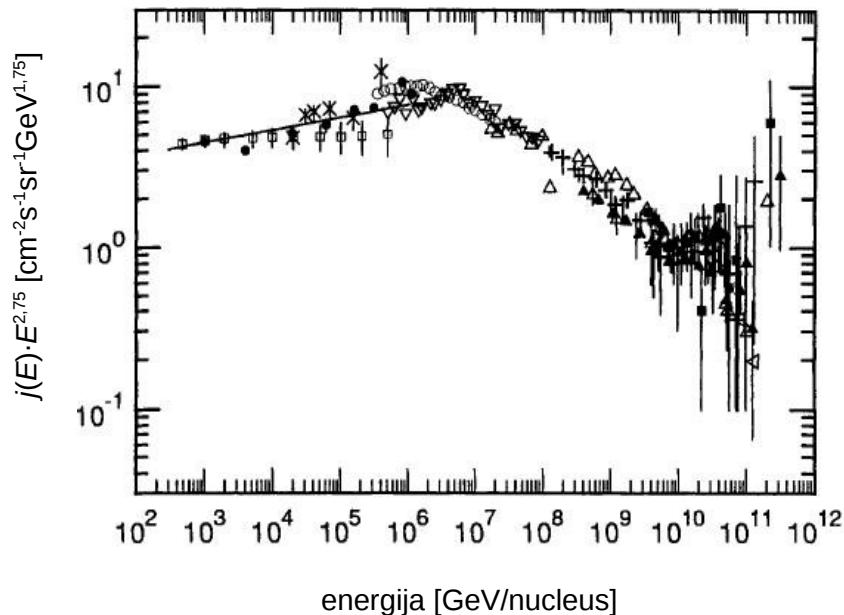
od 10 GeV efekti modulacije postaju zanemarljivi. Počev od ove energije, spektar je skoro bez posebnih karakteristika, sem male izmene nagiba na energiji oko $4 \cdot 10^6 \text{ GeV}$, i zatim oko 10^{10} GeV . Spektar se, generalno, može opisati funkcijom

$$j(E) \propto E^{-\gamma}, \quad (2.1)$$

gde je j intenzitet, E energija i γ spektralni indeks. U prvom delu, do energije $4 \cdot 10^6 \text{ GeV}$, indeks γ iznosi $\approx 2,7$. Iznad ove energije spektar je strmiji i γ ima vrednost ≈ 3 , uz tendenciju da dostigne $3,15$ na 10^9 GeV . Ova oblast spektra kosmičkog zračenja gde dolazi do promene nagiba naziva se *kolenom* [10]. Pojava kolena objašnjava se strmijim spektrom lakih elemenata na tim energijama u odnosu na spektar na nižim energijama, a neposredno pre prekida (*cutoff*) u njihovom spektru [11,12]. Sledeća promena dešava se na ultravisokim energijama oko 10^{10} GeV , kada γ ponovo ima vrednost $2,7$ i spektar postaje ravniji. Slično kolenu, ova promena nagiba poznata je pod nazivom *članak*.



Slika 2.2 Diferencijalni energetske spektar primarnog kosmičkog zračenja [3].



Slika 2.3 Diferencijalni energetski spektrar primarnog kosmičkog zračenja, multiplikovan $E^{2.75}$ [3].

Promene u spektru u oblasti kolena i članka su jasno vidljive.

Poreklo kosmičkog zračenja najviših energija (iznad 10^{10} GeV) je jedna od glavnih nerešenih misterija moderne fizike. Problem nije u samom mehanizmu produkcije ovih visokoenergetskih čestica, već u utvrđivanju koji od verovatnih procesa su odgovorni za njihovu produkciju, odnosno za njihovo ubrzavanje do ultravisokih energija. Danas je, na osnovu posmatranja, poznato da praktično svaki astronomski objekat sa magnetizovanom, dinamičkom kosmičkom plazmom može biti izvor kosmičkog zračenja. Prema poreklu, a samim tim i energiji, kosmičko zračenje može biti:

- a) vangalaktičko, čija je energija od 10^{10} do 10^{15} GeV; ono se generiše u radio-galaksijama, kvazarima i drugim objektima u Vasioni izvan Mlečnog puta;
- b) galaktičko, energije od 10 do 10^{10} GeV; potiče uglavnom iz eksplozija supernovih, zatim od ostataka supernovih, u magnetosferama pulsara i dvojnih zvezda ili udarnih talasa u međuzvezdanom prostoru;
- v) solarno, sa energijom od 1 do 10 GeV; nastaje u Sunčevoj koroni u periodima jake Sunčeve aktivnosti (solarne baklje i koronalne erupcije);
- g) međuplanetarno, sa energijom do 100 MeV; čine ga čestice ubrzane terminalnim udarnim talasima na ivici heliosfere ili u međuplanetarnom prostoru.

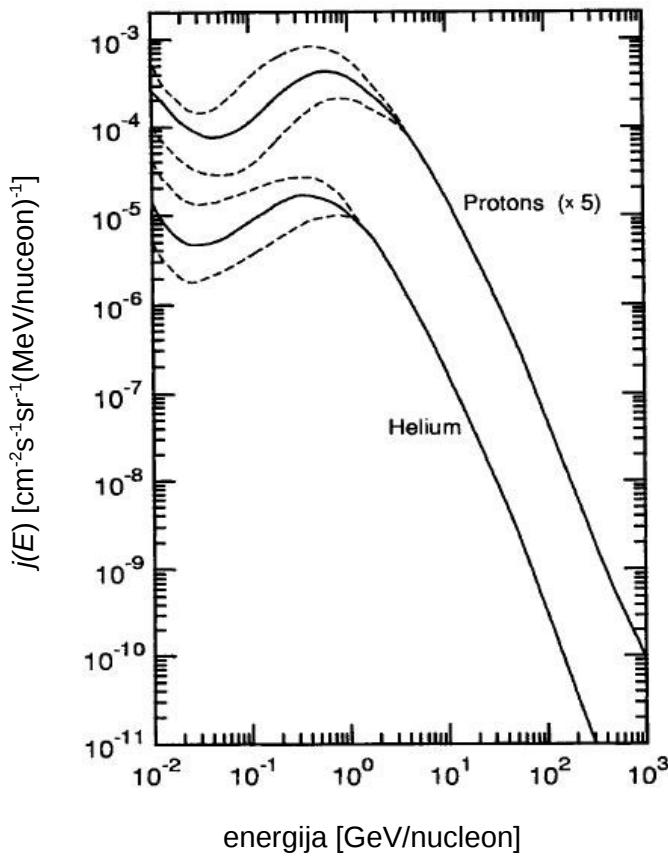
Kako se vidi iz prethodnog, energije čestica galaktičkog i vangalaktičkog kosmičkog zračenja su veoma visoke, i one najviše jednake su kinetičkim energijama makroskopskih tela.

Međutim, najveći deo čestica ima energiju u intervalu od 100 MeV do 10 GeV. Srednja energija galaktičkog kosmičkog zračenja je oko 10 GeV, a gustina energije oko 1 eV/cm^3 , što je približno jednako gustini energije galaktičkog magnetnog polja ili gustini termalne energije međuzvezdanog gasa.

Pored pretežno hadronske komponente, kosmičko zračenje sadrži i vrlo mali fluks drugih čestica: elektrona, pozitrona, fotona i neutrina, kao i veoma mali procenat antiprotona. Deo visokoenergetskih elektrona i pozitrona nastaje delom u lancu raspada pion – mion – elektron (pozitron), kao rezultat sudara primarne hadronske komponente sa međuzvezdanim medijumom i interakcija sa poljem pozadinskog zračenja. Izvestan doprinos elektronskom fluksu kosmičkog zračenja daju i kreacije elektronsko-pozitronskih parova visokoenergetskim fotonima različitog porekla u interakcijama sa međuzvezdanom materijom. Takođe, određeni objekti u galaksiji emituju polarizovano sinhrotronsko zračenje, što ukazuje na prisustvo elektrona u magnetnim poljima tih objekata. Izvori fotona primarnog kosmičkog zračenja su različiti galaktički i vangalaktički objekti kao tačkasti izvori, kao i difuzno galaktičko i vangalaktičko zračenje. Difuzno zračenje je posledica interakcija jezgara i elektrona sa međuzvezdanom materijom, i nastaje usled raspada neutralnih piona, zakočnog zračenja elektrona i inverznog Komptonovog efekta. Dodatno, na kontinuum gama zračenja superponiraju se linije iz raspada radioaktivnih izotopa nastalih nukleosintezom ili nukearnim reakcijama, kao i iz anihilacije pozitrona. Neutrino najvećim delom potiču sa Sunca (solarna neutrino); izvori neutrino van solarnog sistema su supernove, binarni sistemi, pulsari, aktivne galaksije i drugi kompaktni objekti. Antiprotoni se kreiraju u sudsudarima jezgara primarnog kosmičkog zračenja sa međuzvezdanom materijom.

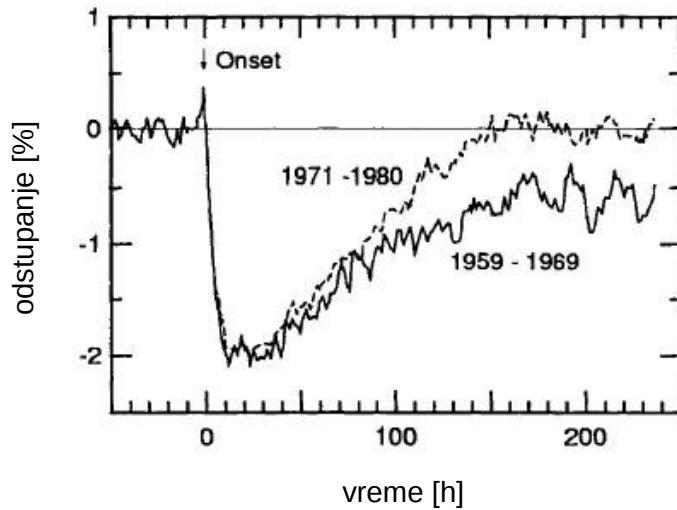
2.2 Solarna modulacija intenziteta kosmičkog zračenja

Solarna modulacija odnosi se na vremenske varijacije intenziteta kosmičkog zračenja usled Sunčeve aktivnosti. Sunčeva aktivnost uzrokuje promene oblika energetskog spektra i fluksa kosmičkog zračenja zbog magnetnih poremećaja koje izaziva u heliosferi. Ovaj uticaj ispoljava se na energijama čestica do približno 10 GeV po nukleonu. Ako je energija čestica manja, i verovatnoća da čestica prodre kroz heliosferu do Zemlje biće manja. Stoga je, za energije ispod 10 GeV (20 GeV za He), intenzitet zračenja u unutrašnjim delovima Sunčevog sistema manji od intenziteta na njegovim rubovima (slika 2.4).



Slika 2.4 Srednji (puna linija) i modulisani (isprekidana linija) diferencijalni energetske spektar protona i alfa čestica primarnog kosmičkog zračenja [3].
Gornja isprekidana linija odnosi se na solarni minimum, a donja na solarni maksimum.

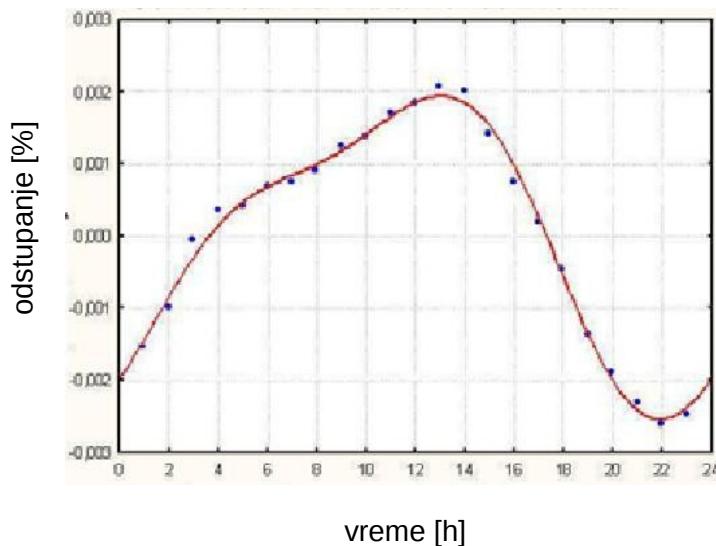
Na kosmičko zračenje koje ulazi u heliosferu u velikoj meri utiče magnetno polje koje je tzv. zamrznuto u solarnom vetrusu. Solarni vetr je plazma jona (uglavnom vodonika i nešto helijuma i drugih jezgara) i elektrona, koja se kontinuirano izbacuje iz Sunčeve korone. On se kreće brzinom 300 – 800 km/s, i pokazuje latitudinalnu, longitudinalnu i vremensku zavisnost. Vremenska zavisnost solarnog vetra u korelaciji je sa varijacijama solarne aktivnosti. Neregularnosti lokalnih Sunčevih događaja, baklji i erupcija, izazivaju i neregularnosti toka solarnog vetra, kao i magnetnog polja koji je sa njim u vezi. Solarni vetr izaziva još jedan efekat nagle promene intenziteta kosmičkog zračenja, poznat pod imenom *Forbušev smanjenje* [13,14]. Ono se manifestuje kao naglo smanjenje fluksa, od nekoliko do čak 20 %, koje je, zatim, praćeno sporim rastom do prethodne vrednosti fluksa (slika 2.5). Pojava se objašnjava time da koronalne erupcije uzrokuju da solarni vetr ima veću brzinu nego što je uobičajeno, što proizvodi udarni talas i jako magnetno polje, koje sprečava niskoenergetsko kosmičko zračenje da dopre do Zemlje.



Slika 2.5 Usrednjene promene intenziteta neutrona kosmičkog zračenja izazvane fenomenom Forbuševog smanjenja (neutronski monitor Hermanus, Južna Afrika) [3].

Amplituda solarne aktivnosti je vremenski zavisna i pokazuje periodične i aperiodične odlike. Periodično pojavljivanje Sunčevih pega, koje su mesta jake aktivnosti, u 11-godišnjim ciklusima izaziva promene jačine magnetnog polja u heliosferi, usled kojih se menja i fluks niskoenergetskog kosmičkog zračenja. Jača magnetna polja i veće turbulencije redukuju intenzitet ili izazivaju skretanje nanelektrisanih čestica na putu ka unutrašnjosti solarnog sistema. Ovo za posledicu ima smanjenje intenziteta kosmičkog zračenja koje ulazi u Zemljinu atmosferu. Prema tome, intenzitet kosmičkog zračenja je u antikorelaciji sa solarnom aktivnošću, veći broj Sunčevih pega uslovljava niži fluks, i obrnuto. Neperiodični događaji na Suncu, solarne baklje i koronalne erupcije, koji se naizgled slučajno pojavljuju, su takođe u izvesnoj korelaciji sa brojem Sunčevih pega. U maksimumima solarne aktivnosti dolazi i do promene polariteta Sunčevog magnetnog polja, što unosi dodatnu varijaciju intenziteta; period promene polariteta je ≈ 22 godine. Vremenska promena intenziteta kosmičkog zračenja pokazuje i kvazi-periodičnost sa srednjim periodom od 27 dana. Ova periodičnost je u vezi sa Sunčevom rotacijom, koja ima period od 27 dana, i posledica je promena intenziteta solarnog kosmičkog zračenja. Intenzitet kosmičkog zračenja na Zemlji ima periodičnost od jednog solarnog dana, i naziva se *solarnom diurnalnom varijacijom*. Ona je približno sinusoidalna i ima maksimum malo iza podneva u lokalnom vremenu (slika 2.6). Odstupanje od sinusoidalne zavisnosti naziva se *semi-diurnalnom varijacijom*, i ona je u stvari drugi harmonik. Poreklo diurnalne varijacije je u interakciji solarnog vетра i kosmičkog zračenja. Kako magnetno polje rotira zajedno sa Suncem, i niskoenergetske čestice kreću se po spirali oko linija magnetnog polja, onda je fluks čestica koje se kreću u istom smeru kao i Zemlja duž svoje orbite u malom procentu veći nego fluks čestica

koje se kreću u suprotnom smeru.



Slika 2.6 Diurnalna varijacija intenziteta kosmičkog zračenja za usrednjeni dan u februaru u periodu 2002 – 2004 (Beograd-Zemun, Srbija).

Solarne baklje i koronalne erupcije mase kao povremene pojave emisije čestica sa površine Sunca, ako su dovoljno snažni, izazivaju naglo povećanje fluksa kosmičkog zračenja na površini Zemlje (*ground-level enhancement – GLE*). Ovo povećanje iznosi od par 10 % do par 100 % u odnosu na normalne vrednosti, a zbog dodatne niskoenergetske komponente. Prosečno, ovakvih događaja ima 10 – 15 u jednoj deceniji.

2.3 Kosmičko zračenje u geomagnetskom polju

Naelektrisane čestice kosmičkog zračenja koje se približavaju Zemlji trpe dejstvo njenog magnetnog polja; ono zakriviljuje putanje čestica i sprečava niskoenergetske čestice da dopru do atmosfere, odnosno do površine Zemlje. Ako se zanemari apsorpcija zračenja u atmosferi, da li će čestica stići do površine zavisi od intenziteta i smera geomagnetskog polja na dатој lokaciji, kao i od smera kretanja čestice i njene čvrstoće ili rigidnosti (*rigidity*). Čvrstoća, $R \equiv pc / Ze$, opisuje sposobnost nanelektrisane čestice da se odupre skretanju u magnetnom polju; izražava se u GV. To znači da, usled delovanja geomagnetskog polja i u zavisnosti od njegove jačine na dатој geomagnetskoj širini, samo čestice rigidnosti veće od neke minimalne uspevaju da dopru do površine. Ova minimalna vrednost naziva se *graničnom geomagnetskom čvrstoćom* (*geomagnetic cutoff rigidity*). Posledica ovoga je rez u fluksu primarnog kosmičkog zračenja.

Jednačinu kretanja u polju magnetnog dipola analitički je rešio Stermer [15] (čak pre otkrića kosmičkog zračenja). Za česticu koja se kreće vertikalno ka centru magnetnog dipola, minimalna čvrstoća potrebna da čestica prodre do rastojanja r od centra dipola, na dатој geomagnetskoj širini λ_B , je

$$R_S \geq \frac{M}{2r_C^2} \frac{r_C}{r} \frac{\cos^4 \lambda_B}{4} . \quad (2.2)$$

$M / 2r_C^2$ je čvrstoća čestice koja se kreće po kružnoj orbiti radiusa r_C u geomagnetskoj ekvatorijalnoj ravni (M je magnetni dipol Zemlje), i iznosi 59,4 GV. Na geomagnetskim polovima minimalna čvrstoća je 0, a na geomagnetskom ekvatoru je $\approx 14,9$ GV (što odgovara energiji 14,9 GeV za protone, odnosno 7,5 GeV za jezgra He).

Celovita formula za Stermerovu čvrstoću R_S je

$$R_S(r, \lambda_B, \theta, \varphi_B) = \frac{M}{2r^2} \left\{ \frac{\cos^4 \lambda_B}{\left[1 + (1 - \cos^3 \lambda_B \sin \theta \sin \varphi_B)^{1/2} \right]^2} \right\} \quad (2.3)$$

gde je θ polarni ugao, a φ_B azimutalni ugao izmeren od južnog magnetnog pola u smeru kazaljke na satu. Zavisnost od φ_B je poznata kao *asimetrija istok – zapad*: za pozitivne čestice rez (*cutoff*) je viši ako je smer kretanja sa istoka, a za negativne čestice ako dolaze za zapada. Efekat je najjači na vrhu atmosfere, dok je na površini Zemlje manje izražen. Stermerova formula daje dobru procenu geomagnetskih rezova ali nije sasvim precizna. Ona generalno daje niže vrednosti, jer zanemaruje efekat Zemljine senke, tj. dozvoljava penetraciju čestica čije trajektorije presecaju površinu Zemlje.

Takođe, postoji i izvestan longitudinalni efekat kao posledica toga što je osa geomagnetskog dipola pomerena u odnosu na osu Zemljine rotacije. Dodatno, na nekim delovima planete primećene su i lokalne magnetne anomalije. Magnetno polje u blizini Zemlje ima mali doprinos od električnih struja u solarnom sistemu. Zbog toga granična geomagnetska rigidnost ispoljava vremensku zavisnost, sa periodima od 1 godine i 24 sata. Sem toga, različiti nivoi solarne aktivnosti unose dodatne varijacije u vremensku zavisnost.

3 INTERAKCIJE ČESTICA VISOKIH ENERGIJA SA MATERIJOM

Poznavanje procesa međusobnih delovanja elementarnih čestica i jezgara neophodno je za razumevanje fenomena propagacije kosmičkog zračenja kroz atmosferu i kroz Zemlju. Sem toga, detekcija različitih komponenti kosmičkog zračenja zasnovana je takođe na efektima koji se javljaju pri interakcijama čestica sa različitim sredinama. U narednim poglavljima opisane su interakcije koje se odnose na čestice visokih energija, i koje su od interesa za problematiku kosmičkog zračenja. Dva tipa delovanja su u kratkim crtama razmotrena: elektromagnetne interakcije nanelektrisanih čestica i fotona, i neelastične hadronske interakcije. Elektromagnetne interakcije su od značaja za transport i detekciju miona, elektrona (i pozitrona) i fotona. U neelastičnim hadronskim interakcijama stvaraju se sekundarne čestice (pioni, mioni, elektroni, itd.).

3.1 Elektromagnetne interakcije čestica visokih energija

3.1.1 Rasejanje nanelektrisane čestice

U Kulonovom polju jezgra ili nanelektrisane čestice, naletajuća nanelektrisana čestica menja svoju putanju u zavisnosti od parametra sudara (najmanjeg međusobnog rastojanja) dve čestice, njihovih masa i brzina. U sistemu centra mase, ugao rasejanja θ je

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{ZZ' e^2}{Mv^2 b} , \quad (3.1)$$

gde su b parametar sudara, Ze i $Z'e$ nanelektrisanja česticâ, M masa i v relativna brzina. Diferencijalni efikasni presek za rasejanje dat je Raderfordovom formulom [16]:

$$\sigma(\theta) d\Omega = 2\pi b db = \frac{Z^2 Z'^2 e^4}{4(Mv^2)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega . \quad (3.2)$$

U slučaju elektrona kao upadne čestice Z' je 1, pa diferencijalni efikasni presek ima oblik

$$\sigma(\theta) d\Omega = \frac{Z^2 r_e^2}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega , \quad (3.3)$$

gde je $r_e^2 = e^2 / m_e c^2 = 2,82 \cdot 10^{-13}$ cm klasični radijus elektrona (m_e je masa elektrona). U sudaru elektron predaje deo svoje energije meti; ovo se izražava transferom impulsa q , koji zavisi od početnog impulsa p i ugla rasejanja θ :

$$q = 2 p \sin \frac{\theta}{2} , \quad (3.4)$$

Gornje formule važe za tačkasta naelektrisanja koja se kreću nerelativističkim brzinama. Nekoliko korekcija se mora uračunati u slučaju relativističkih čestica, odnosno za opisivanje realnih uslova rasejanja. Za relativističke čestice, izraz za efikasni presek (3.2) množi se faktorom $\left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$ (Motova formula):

$$\sigma_M(\theta) = \frac{Z^2 Z'^2 e^4}{4 p^2 v^2} \frac{1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} . \quad (3.5)$$

U laboratorijskom sistemu, ugao rasejanja je θ_0 a efikasni presek

$$\sigma(\theta_0) = \sigma(\theta) \left(1 + \frac{2 E_0}{M} \sin^2 \frac{\theta_0}{2}\right)^{-1} \quad (3.6)$$

Dopunska korekcija uračunava konačnu veličinu jezgra-mete preko nukelarnog form-faktora, koji opisuje raspodelu naelektrisanja u jezgru [17]:

$$\sigma_F(\theta_0) = \sigma(\theta_0) \left(F_1^2 + \frac{q_0^2}{4 M^2} \left[2(F_1 + \mu F_2)^2 \tan^2 \frac{\theta_0}{2} + \mu^2 F_2^2\right]\right)^{-1} , \quad (3.7)$$

gde su q_0 predati impuls u laboratorijskom sistemu, F_1 magnetni formfaktor i F_2 formfaktor naelektrisanja. Treća važna korekcija odnosi se na ekraniranje polja jezgra elektronima u omotaču atoma:

$$\sigma(\theta_0) = \sigma_F(\theta_0) \left(1 + \frac{1}{q_0 a}\right)^{-2} \quad (3.8)$$

gde je a radijus ekraniranja, koji je definisan kao eksponent u izrazu za efektivni potencijal polja:

$$V_{eff} = \frac{Ze^2}{r} e^{-r/a} . \quad (3.9)$$

Radijus ekraniranja zavisi od Z kao $a = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} Z^{-1/3} = 0,529 \cdot 10^{-8} Z^{-1/3}$ cm.

U funkciji od energije čestica, diferencijalni efikasni presek za obrazovanje uzmačnog elektrona kinetičke energije W_r u procesu rasejanja upadne čestice čije su energija E_0 i brzina β_0

dat je sledećom formulom, u zavisnosti od spina upadne čestice:

$$\begin{aligned} \sigma(E_0, W_r) dW_r &= 2\pi Z'^2 r_e^2 \frac{m_e c^2}{\beta_0^2} \frac{dW_r}{W_r^2} \times \\ &\times \left(1 - \beta_0^2 \frac{W_r}{W_m}\right) , \text{ za spin } 0; \\ &\times \left[1 - \beta_0^2 \frac{W_r}{W_m} + \frac{1}{2} \left(\frac{W_r}{E_0}\right)^2\right] , \text{ za spin } 1/2; \\ &\times \left[\left(1 - \beta_0^2 \frac{W_r}{W_m}\right) \left(1 + \frac{1}{3} \frac{m_e W_r}{M^2 c^2}\right) + \frac{1}{3} \left(\frac{W_r}{E_0}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_e W_r}{M^2 c^2}\right)\right] , \text{ za spin } 1. \end{aligned} \quad (3.10)$$

W_m je maksimalna energija koju čestica može predati elektronu:

$$W_m = \frac{2 m_e p^2}{m_e^2 + M^2 + 2 m_e E/c^2} . \quad (3.11)$$

Broj stvorenih uzmačnih elektrona na jediničnoj dužini puta upadne čestice je

$$2\pi r_e^2 \frac{N_A Z}{A} \frac{m_e c^2}{\beta^2 W_r} = 0,153 \frac{Z}{A} \frac{m_e c^2}{\beta^2 W_r} \text{ g}^{-1} \text{cm}^2, \quad (3.12)$$

gde su A maseni broj jezgra-mete i N_A Avogadrovo broj.

Ako nanelektrisana čestica preda malu količinu energije, ugao njenog rasejanja biće takođe mali. U tom slučaju formula (3.5) može se aproksimirati kao

$$\sigma_M(\theta) \approx \frac{2\pi Z^2 Z'^2 e^4}{p^2 v^2 \theta^3} . \quad (3.13)$$

Odavde, verovatnoća da se čestica nakon prolaska kroz sloj sredine, čija je debljina x g/cm², raseje pod uglom većim od θ iznosi

$$P_s(\theta, x) = 4\pi \frac{N_A}{A} \left(\frac{Z' Ze^2}{p v \theta} \right)^2 x . \quad (3.14)$$

Ukupno odstupanje od prvobitne putanje čestice, koje je uzrokovano statistički akumuliranim rasejanjima na malim uglovima, naziva se *višestrukim rasejanjem*. Srednji kvadratni ugao višestrukog rasejanja čestice, nakon njenog prolaska kroz sloj debljine x , dobija se iz izraza

$$\langle \theta^2 \rangle = 8\pi \frac{N_A}{A} \left(\frac{Z' Ze^2}{p v} \right)^2 \ln \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right) x , \quad (3.15)$$

gde su θ_1 i θ_2 minimalna i maksimalna vrednost promene ugla. Upoređivanjem ugla rasejanja za pojedinačno, odnosno višestruko rasejanje, vidi se da je ovo drugo $2\ln(\theta_2/\theta_1)$ puta veće. Sem

toga, srednji kvadratni ugao rasejanja raste proporcionalno $x^{1/2}$. Veza karakterističnog ugla $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ i energije E_s je

$$\langle \theta^2 \rangle = \left(\frac{E_s}{vp} \right)^2 \frac{x}{X_s} , \quad (3.16)$$

gde su

$$E_s = \left(\frac{4\pi \hbar c}{e^2} \right)^{1/2} m_e c^2 Z'^2 = 21 Z'^2 \text{ MeV, odnosno}$$

$$\frac{1}{X_s} = 4 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{N_A Z^2}{A} r_e^2 \ln \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{1/2} ; \quad (3.17)$$

Minimalni ugao rasejanja zavisi od radiusa ekraniranja a :

$$\theta_1 = \frac{\hbar}{ap} = \frac{e^2}{\hbar c} Z^{1/3} \frac{m_e c}{p} , \quad (3.18)$$

dok maksimalni ugao rasejanja zavisi od radiusa jezgra-mete $r_0 A^{1/3}$ ($r_0=1,2-1,5$ fm):

$$\theta_2 = \frac{\hbar}{pr_0 A^{1/3}} = \frac{\hbar}{m_e c r_0 A^{1/3}} \frac{m_e c}{p} . \quad (3.19)$$

Iz (3.18) i (3.19) dobija se

$$\left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{1/2} = \left[\frac{\hbar c}{e^2} \left(\frac{1}{ZA} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c r_0} \right]^{1/2} \approx 2,1 \cdot 10^2 Z^{-1/3} \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/6} . \quad (3.20)$$

$(\theta_2 / \theta_1)^2$ približno određuje broj pojedinačnih u višestrukom rasejanju. Smenom (3.18) u (3.14) dobija se debljina sloja u kome se čestica raseje pod uglom većim od θ_1 , uz uslov $P(\theta_1, x) = 1$,

$$x \approx \frac{A}{Z^{4/3}} \left(\frac{v}{c} \right)^2 \frac{1}{4\pi r_e^2 Z'^2 N_A} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \approx \left(\frac{v}{c} \right)^2 10^{-5} \text{ g/cm}^2 . \quad (3.21)$$

Ovako mala veličina x znači da je višestruko rasejanje važno u većini slučajeva rasejanja nanelektrisanih čestica, osim u slučaju velikih uglova.

3.1.2 Jonizacija i jonizacioni gubitak energije

Nanelektrisana čestica na putu kroz neku sredinu gubi energiju najvećim delom usled pobuđivanja i jonizacije atoma. Sumiranjem doprinosa pojedinačnih interakcija sa atomima, integracijom Bete-Blobove formule [18,19], izvedena je formula za srednji jonizacioni gubitak:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{NZ}{A} \frac{2\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \left[\ln \frac{2 m_e v^2 \gamma^2 W_m}{I^2(Z)} - 2\beta^2 \right]. \quad (3.22)$$

Ova formula određuje gubitak energije incidentne čestice nanelektrisanja $Z'e$ i brzine v , po g/cm^2 puta, u sredini koja se sastoji od atoma atomskog broja Z , masenog broja A , koncentracije atoma N i srednjeg jonizacionog potencijala $I(Z)$. Ako je upadna čestica elektron važi $W_m = E / 2$, pa formula (3.22) ima oblik

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{NZ}{A} \frac{2\pi e^4}{m_e v^2} \left[\ln \frac{m_e v^2 \gamma^2 W_m}{I^2(Z)} + \frac{9}{8} - \beta^2 \right]. \quad (3.23)$$

Smenom (3.11) u (3.23), dobija se da je gubitak energije proporcionalan konstanti za datu sredinu

$$L \equiv \frac{NZ}{A} 2\pi \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 m_e c^2 = 0,0765 \left(\frac{2Z}{A} \right) \text{ MeV/gcm}^{-2}. \quad (3.24)$$

Pri visokim energijama upadne čestice dolazi do polarizacije sredine, što smanjuje ukupni jonizacioni gubitak. Tada se u (3.22) uvodi korektivni član δ :

$$-\frac{dE}{dx} = L \frac{Z'^2}{\beta^2} \left[B + 0,69 + 2 \ln \left(\frac{p}{Mc} \right) + \ln W_m - 2\beta^2 - \delta \right], \quad (3.25)$$

gde je $B \equiv \ln(m_e c^2 / I^2)$; M je masa upadne čestice definisana relacijom $\beta\gamma = p / Mc$, a veličine sa dimenzijom energije $m_e c^2$, W_m i I imaju vrednosti u MeV. Odgovarajuća formula za slučaj upadnih elektrona je

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{L}{\beta^2} \left[B + 0,43 + 2 \ln \left(\frac{p}{m_e c} \right) + \ln E - \beta^2 - \delta \right]. \quad (3.26)$$

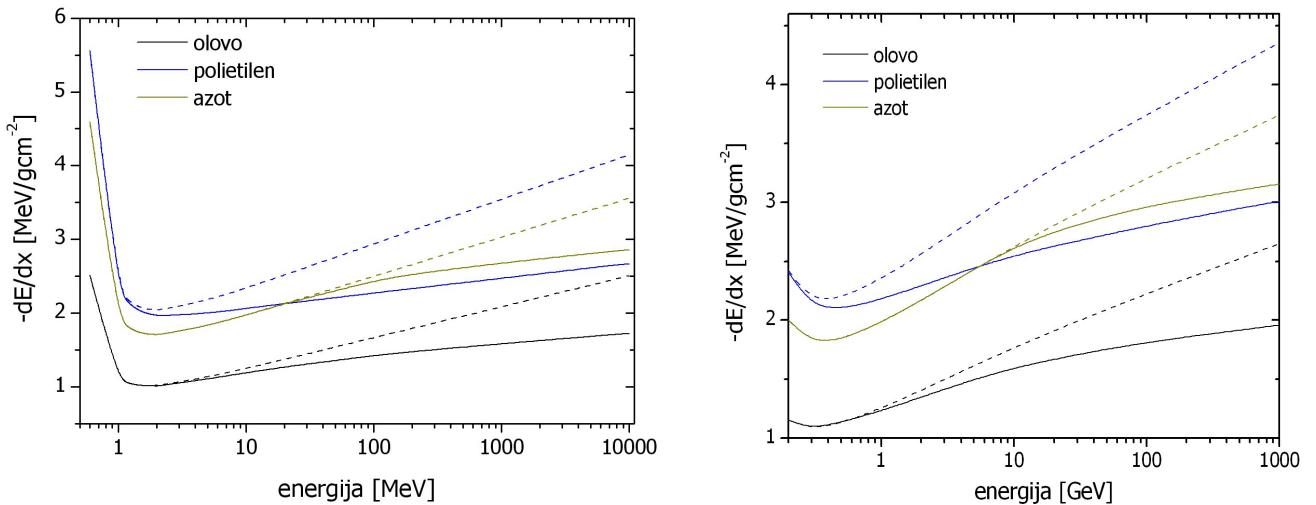
Korektivni faktor δ određuje se iz sledećih relacija:

$$\begin{aligned} \delta &= 4,606 y + C + a(y_1 - y)^b, \quad \text{za } y_0 < y < y_1, \text{ i} \\ \delta &= 4,606 y + C, \quad \text{za } y > y_1, \end{aligned} \quad (3.27)$$

gde je $y = \log(p / Mc)$. Koeficijenti I , L , B , C , a , b , y_1 i y_0 određuju se eksperimentalno, i za neke sredine dati su u tabeli 3.1 [20]. Grafici funkcija (3.25) i (3.26) za elektrone, odnosno mione, prikazani su na slici 3.1.

Tabela 3.1 Brojne vrednosti koeficijenata u formulama (3.25), (3.26) i (3.27).

sredina	L	B	-C	a	b	y₁	y₀
gvožđe	0,0715	15,32	4,62	0,127	3,29	3	0,10
olovo	0,0608	12,81	6,93	0,0652	3,41	4	0,40
ugljenik	0,0768	18,25	3,22	0,531	2,63	2	-0,05
azot	0,0768	17,94	1,68	0,125	3,72	4	1,86
kiseonik	0,0768	17,67	10,80	0,130	3,72	4	1,90
voda	0,0853	18,35	3,47	0,519	2,69	2	0,23
polistiren	0,0826	18,65	3,15	0,429	2,85	2	0,13
NaI	0,0656	14,30	6,49	0,452	2,44	3	0,18



Slika 3.1 Ionizacioni gubici energije elektrona (levo) i miona (desno) u razlicitim sredinama (isprekidano su naznaceni gubici energije bez efekta polarizacije).

Ionizacioni gubici dati formulama (3.25) i (3.26) nazivaju se srednjim ionizacionim gubicima. U stvarnosti, gubici energije u tankim absorberima, zbog malog efikasnog preseka i velikih transfera energije po jednoj interakciji, fluktuiraju. Verovatnoća $\omega(E_0, E, x)$ da upadna čestica energije E_0 posle prolaska kroz sloj debljine x ima energiju u intervalu $(E, E+dE)$ je

$$\frac{\partial \omega(E_0, E, x)}{\partial x} = \int_0^{\infty} [\omega(E_0, E+E', x) Q(E+E', E') - \omega(E_0, E, x) Q(E, E')] dE' . \quad (3.28)$$

Ako se razvoj $\omega(E_0, E+E', x)$ po E' zadrži na prvom stepenom članu i zanemari zavisnost Q od energije upadne čestice, (3.28) može da se svede na

$$\frac{\partial \omega(E_0, E, x)}{\partial x} = \frac{\varepsilon_a}{x} \frac{\partial \omega(E_0, E, x)}{\partial E} + \frac{1}{2} \Delta^2 \frac{\partial^2 \omega(E_0, E, x)}{\partial E^2} , \quad (3.29)$$

gde je ε_a/x srednji gubitak energije iz (3.25), a $\Delta^2 = \int_0^\infty E'^2 Q(E, E') dE'$.

Rešenje jednačine (3.29) je

$$\omega(E_0, E, x) = \frac{1}{(2\pi\Delta^2 x)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(E-E_a)^2}{2\Delta^2 x}\right] , \quad (3.30)$$

gde je $E_a = E_0 - \varepsilon_a$. Ovakve fluktuacije nazivaju se Landauovim fluktuacijama.

3.1.3 Fotoefekat i Komptonov efekat

Interakcije fotona sa materijom razlikuju se od procesa u kojima učestvuju nanelektrisane čestice, u smislu da se pri svakoj interakciji foton ili apsorbuje ili raseje pod velikim uglom. Zakon slabljenja snopa fotona ima eksponencijalnu formu:

$$I = I_0 e^{-\mu x} , \quad (3.31)$$

gde su μ linearni apsorpcioni koeficijent i x debljina sloja apsorbera. μ je proporcionalan sumi efikasnih preseka za pojedinačne interakcije:

$$\mu = \frac{N}{A} \sum_i \sigma_i , \quad (3.32)$$

gde je σ_i efikasni presek i -tog procesa, a N koncentracija atoma u datoј sredini. Od energije fotona zavisi koji procesi su dominantni: fotoefekat, proizvodnja parova ili rasejanje (Rejljevo, Tompsonovo, Komptonovo ili nuklearno rezonantno rasejanje).

Fotoefekat je proces u kome upadni foton interaguje sa elektronom u atomu i apsorbuje se, dok elektron biva izbačen iz atoma sa energijom jednakoj razlici energije fotona i izlaznog rada (tj. vezivne energije elektrona). Za fotone sa energijom k efikasni presek za fotoelektrični efekat iz K ljudske atoma dat je sledećim izrazom [21]:

$$\sigma_K = \sigma_{Th} \frac{64}{Z^2} \left(\frac{\hbar c}{e^2}\right)^3 \left(\frac{E_K}{k}\right)^{7/2} g(\eta) , \quad (3.33)$$

gde je

$$\sigma_{Th} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (3.34)$$

efikasni presek za Tompsonovo rasejanje. E_K je energija ionizacije elektrona K ljudske, a $g(\eta)$

popravka u odnosu na Bornovu aproksimaciju:

$$g(\eta) = 2\pi \sqrt{\frac{E_K}{k}} \frac{\exp(-4\eta \arccot \eta)}{1 - e^{-2\pi\eta}} , \text{ uz } \eta = \sqrt{\frac{E_K}{k - E_K}} = \frac{Z_{eff} e^2}{\hbar v} , \quad (3.35)$$

gde je $k - E_K$ kinetička energija elektrona a v njegova brzina. Faktor $g(\eta)$ ima značaj ako je energija fotona bliska vezivnoj energiji elektrona, za $\eta \rightarrow \infty$, $g(\infty) = 0,12$, ali i za $k = 50E_K$ kada $g(\eta)$ ima vrednost $2/3$.

Za energije fotona niže od izlaznog rada K ljske, efikasni presek za fotoefekat zavisi od izlaznog rada L, M, \dots , ljski. Preseci za fotoefekat iz drugih ljski mogu se približno odrediti ako se malo modifikuje energija jonizacije elektrona i efektivni atomski broj Z_{eff} . Ako se uračuna ionizacija elektrona u svim ljskama u atomu, ukupni efikasni presek je

$$\sigma_f \approx \frac{5}{4} \sigma_K . \quad (3.36)$$

Ako su energije elektrona relativističke, efikasni presek za fotoefekat u Bornovoj aproksimaciji određen je formulom

$$\sigma_K = \sigma_{Th} \frac{3}{2} Z^5 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^4 \left(\frac{m_e c^2}{k} \right)^5 (\gamma^2 - 1)^{3/2} \left[\frac{4}{3} + \gamma \frac{\gamma - 2}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{2\gamma\sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}} \right) \right] , \quad (3.37)$$

gde je

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} = \frac{k + m_e c^2}{m_e c^2} , \quad (3.38)$$

što se u slučaju $k \gg m_e c^2$ svodi na

$$\sigma_K = \sigma_{Th} \frac{3}{2} Z^5 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^4 \frac{m_e c^2}{k} . \quad (3.39)$$

Za teže elemente Bornova aproksimacija nije primenljiva, pa se (3.39) množi faktorom $g_{rel}(\eta) = \exp[-\pi\eta + 2\eta^2(1 - \ln\eta)]$.

Kod Komptonovog efekta upadni foton se rasejava na slobodnom ili slabo vezanom elektronu; on postaje izraženiji od fotoefekta za veće energije fotona. Diferencijalni efikasni presek za rasejanje fotona energije k_0 pod uglom θ u prostornom uglu $d\Omega$ određen je sledećim izrazom, izvedenim iz Klajn-Nišinine formule [22]:

$$d\sigma_C = \frac{r_e^2}{2} \frac{k^2}{k_0^2} \left(\frac{k_0}{k} + \frac{k}{k_0} - \sin^2 \theta \right) d\Omega , \quad (3.40)$$

gde je r_e poluprečnik elektrona. Energija rasejanog fotona k jednoznačno je određena uglom rasejanja θ :

$$k = \frac{k_0}{1+q(1-\cos\theta)} , \quad q \equiv \frac{k_0}{m_e c^2} . \quad (3.41)$$

Ugaona raspodela fotona $d\sigma_C$ dobija se smenom k iz (3.41) u (3.40):

$$d\sigma_C = \frac{r_e^2}{2} \frac{1+\cos^2\theta}{[1+q(1-\cos\theta)]^2} \left\{ 1 + \frac{q^2(1-\cos\theta)^2}{(1-\cos^2\theta)[1+q(1-\cos\theta)]} \right\} d\Omega . \quad (3.42)$$

Za male vrednosti q ugaona raspodela sledi zakon $(1+\cos^2\theta)$. Za veće q efikasni presek je relativno mali za uglove $\theta = \sqrt{m_e c^2/k_0}$.

Energetska raspodela rasejanih fotona dobija se rešavanjem (3.41) po θ i zatim smenom u (3.42):

$$d\sigma_C = 2\pi r_e^2 \frac{dk}{k} \frac{1}{q} \left[1 + \left(\frac{k}{k_0} \right)^2 - \frac{2(q+1)}{q^2} + \frac{1+2q}{q^2} \frac{k}{k_0} + \frac{1}{q^2} \frac{k_0}{k} \right] . \quad (3.43)$$

Za male vrednosti q energija k je distribuirana u blizini k_0 . Sa porastom q srednja energija rasejanih fotona ide od k_0 do

$$\langle k \rangle = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{2}q}{\ln(2q+1) + \frac{1}{2}} k_0 , \text{ za } q \gg 1. \quad (3.44)$$

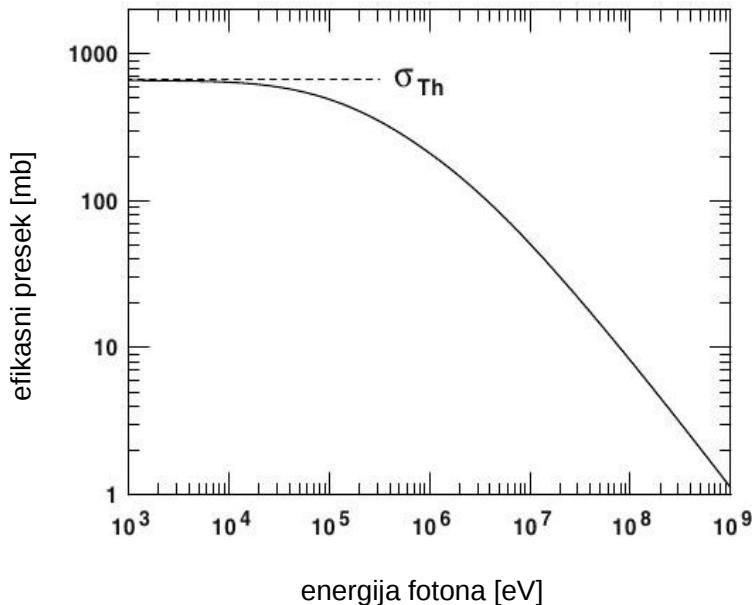
Totalni efikasni presek za Komptonovo rasejanje je

$$\sigma_C = r_e^2 \frac{1}{q} \left[\left(1 - \frac{2(q+1)}{q^2} \right) \ln(2q+1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{q} - \frac{1}{2(2q+1)^2} \right] . \quad (3.45)$$

U dva krajnja slučaja σ_C se može uprostiti:

$$\begin{aligned} \sigma_C &\approx \sigma_{Th} \left(1 - 2q + \frac{26}{5}q^2 + \dots \right) , \text{ za } q \ll 1; \\ \sigma_C &\approx \sigma_{Th} \frac{3}{8q} \left(\ln 2q + \frac{1}{2} \right) , \text{ za } q \gg 1. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Sa povećanjem energije fotona efikasni presek za Komptonovo rasejanje opada od σ_{Th} do σ_C iz formule (3.46).



Slika 3.2 Efikasni presek za Komptonovo rasejanje (σ_{Th} je presek za Tompsonovo rasejanje) [5].

3.1.4 Zakočno zračenje

U elektrostatičkoj interakciji nanelektrisane čestice sa atomom ona usporava, što je praćeno emisijom elektromagnetskog zračenja; ovo zračenje naziva se zakočnim zračenjem (*bremsstrahlung*). Energetski gubici usled ovog procesa najveći su za elektrone, dok su za mione značajni tek na visokim energijama. U Bornovskoj aproksimaciji, diferencijalni efikasni presek za zakočno zračenje elektrona energije E u polju jezgra atomskog broja Z , u analitičkoj formi Bethe-Hajtlerove formule [23] je:

$$\sigma_r(E, k) dk = 4Z^2 \alpha r_e^2 \frac{dk}{k} F(E, u) , \quad (3.47)$$

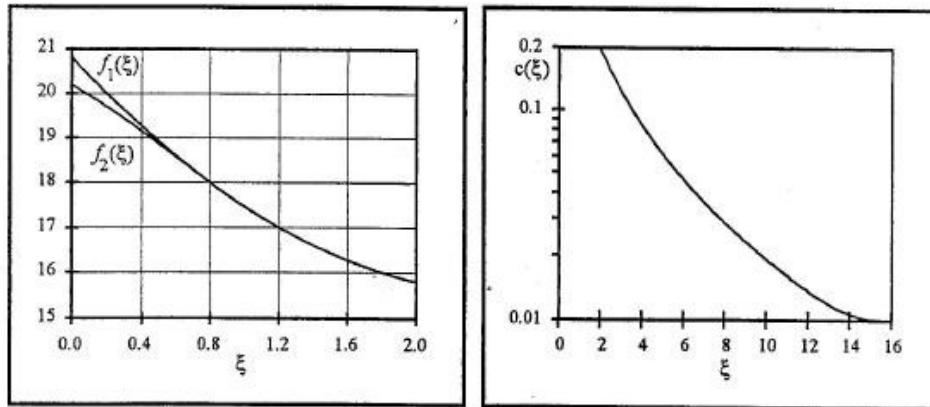
gde je $u \equiv k/E$ odnos energije emitovanog fotona k i energije upadnog elektrona E , a $\alpha = e^2/\hbar c$ konstanta fine strukture. Funkcija $F(E, u)$ zavisi od bezdimenzionog parametra ekraniranja

$$\xi \equiv 100 \frac{m_e c^2}{E} \frac{u}{1-u} Z^{-1/3} , \quad (3.48)$$

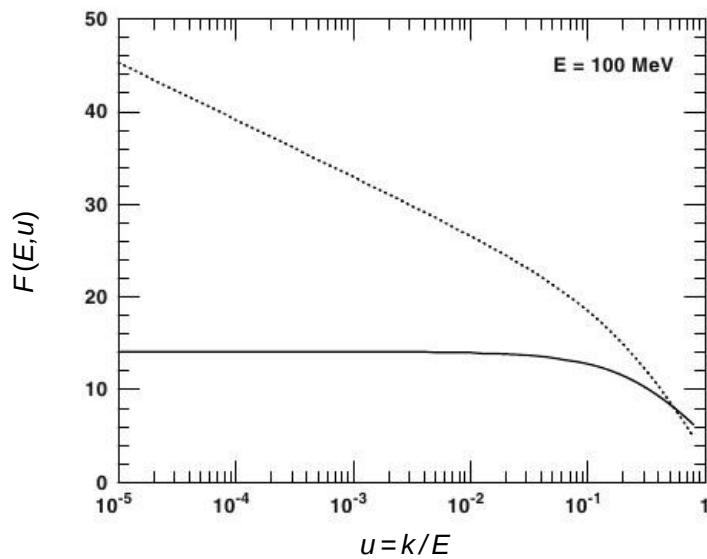
koji je obrnuto proporcionalan energiji upadnog elektrona i upravo proporcionalan veličini u . Ako je $\xi >> 1$ ekraniranje ne postoji, a ako je $\xi \approx 0$ radi se o potpunom ekraniranju. Za različite vrednosti parametra ξ funkcija $F(E, u)$ ima oblik:

- a) $F(E, u) = \left[1 + (1-u)^2 - \frac{2}{3}(1-u) \right] \left[\ln \left(\frac{2E}{m_e c^2} \frac{1-u}{u} \right) - \frac{1}{2} \right]$, za $\xi > 1$;
- b) $F(E, u) = \left[1 + (1-u)^2 - \frac{2}{3}(1-u) \right] \left[\ln \left(\frac{2E}{m_e c^2} \frac{1-u}{u} \right) - \frac{1}{2} - c(\xi)^{-1/2} \right]$, za $2 < \xi < 15$;
- c) $F(E, u) = \left[1 + (1-u)^2 \right] \left[\frac{f_1(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right] - \frac{2}{3}(1-u) \left[\frac{f_2(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right]$, za $\xi < 2$;
- d) $F(E, u) = \left[1 + (1-u)^2 - \frac{2}{3}(1-u) \right] \ln(191Z^{-1/3}) + \frac{1}{9}(1-u)$, za $\xi \approx 0$. (3.49)

U ovim formulama pojavljuju se tri parametarske funkcije od ξ : $c(\xi)$, $f_1(\xi)$ i $f_2(\xi)$; grafici ovih funkcija prikazani su na slici 3.3 [23].



Slika 3.3 Funkcije $c(\xi)$, $f_1(\xi)$ i $f_2(\xi)$ [6,23].



Slika 3.4 Diferencijalna verovatnoća za zakočno zračenje $F(E, u)$ iz (3.49a) (isprekidana linija) i (3.49d) (puna linija) za energiju elektrona 100 MeV [5].

U slučaju nerelativističkih energija elektrona efikasni presek zavisi od kinetičke energije $W = E - m_e c^2$, a ne od ukupne energije; tada je funkcija F :

$$F(W, k) = \frac{2}{3} \frac{m_e c^2}{W} \ln \frac{(\sqrt{W} + \sqrt{W-k})^2}{k} . \quad (3.50)$$

Srednji gubitak energije na zakočno zračenje po g/cm^2 dat je sledećim izrazom:

$$-\frac{dE}{dx} = \int_0^{E-m_e c^2} \frac{N}{A} \sigma_r(E, k) k dk . \quad (3.51)$$

Za niže energije elektrona ($\xi >> 1$) efikasni presek se može naći iz (3.49a), dok se za visoke energije ($\xi << 1$) presek računa iz (3.49d). Specifični gubitak energije po jedinici puta je, onda:

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dx} &= 4 \frac{NZ^2}{A} \alpha r_e^2 E \left(\ln \frac{2E}{m_e c^2} - \frac{1}{3} \right) , \text{ za } m_e c^2 << E << 137 m_e c^2 Z^{-1/3}; \text{ i} \\ -\frac{dE}{dx} &= 4 \frac{NZ^2}{A} \alpha r_e^2 E \left[\ln(191 Z^{-1/3}) + \frac{1}{18} \right] , \text{ za } 137 m_e c^2 Z^{-1/3} << E. \end{aligned} \quad (3.52)$$

U slučaju $E \approx 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$ integral (3.51) se računa numerički.

Zakočno zračenje javlja se i u sudarima elektrona sa elektronima atomskog omotača. U tom procesu efikasni presek ima isti oblik kao i u slučaju interakcija u elektromagnetskom polju jezgra, ali sada ne zavisi od Z^2 i sadrži mali korektivni član ne veći od $-\ln 2$. Specifični gubitak energije je, onda, proporcionalan $Z(Z+1)$, a ne Z^2 . U tom slučaju korisno je uvesti radijacionu jedinicu dužine kao srednju dužinu puta za gubitak energije elektrona zračenjem ($X_0 \ln 2$ je put na kome elektron izgubi polovinu svoje energije):

$$\frac{1}{X_0} \equiv 4 \frac{NZ(Z+1)}{A} \alpha r_e^2 \ln(191 Z^{-1/3}) . \quad (3.53)$$

Raspodela fotona po energijama u slučaju potpunog ekraniranja ima oblik funkcije

$$\psi_r(u) \equiv \frac{F(E, u)}{u \ln(191 Z^{-1/3})} = \frac{1}{u} \left[1 + (1-u)^2 - (1-u) \left(\frac{2}{3} - 2b \right) \right] , \quad (3.54)$$

a odgovarajući srednji relativan gubitak energije po jedinici puta je

$$-\frac{X_0}{E} \frac{dE}{dx} = 1 + b , \quad (3.55)$$

gde je $b \equiv \frac{1}{18} \ln(191 Z^{-1/3})$.

Gubici energije na zakočno zračenje postaju veći od ionizacionih gubitaka posle neke kritične energije ϵ_0 . Ova energija jednaka je ionizacionom gubitku na putu od jedne radijacione

jedinice dužine; ako je Z veće energija ε_0 je manja. U praktičnim primenama koriste se približne formule za radijacionu jedinicu dužine i kritičnu energiju:

$$X_0 \approx \frac{A}{Z(Z+1)(7 \div 5)} \cdot 10^3 \text{ g/cm}^2,$$

$$\varepsilon_0 \approx \frac{(6 \div 8)}{Z+1} \cdot 10^2 \text{ MeV.} \quad (3.56)$$

Brojne vrednosti radijacione jedinice dužine i kritične energije elektrona za različite sredine su date u tabeli 3.2. Kako je gubitak energije u jednoj interakciji veliki, fluktuacija gubitaka je velika. Verovatnoća da elektron sa početnom energijom E_0 posle prolaska puta od t radijacionih jedinica ima energiju u intervalu $(E, E+dE)$ iznosi:

$$\omega(E_0, E, t) dE = \frac{dE}{E_0} \frac{\left[\ln(E_0/E) \right]^{t/\ln 2 - 1}}{\Gamma(t/\ln 2)}, \quad (3.57)$$

gde je $\Gamma(t/\ln 2)$ gama funkcija.

Tabela 3.2 Radijacione jedinice dužine i kritične energije elektrona za različite sredine.

sredina	Z	A	$X_0 [\text{g/cm}^2]$	$X_0 [\text{m}]$	$\varepsilon_0 [\text{MeV}]$
ugljenik	6	12,01	43,3	0,17	79
azot	7	14,01	38,6	331	85
kiseonik	8	16,00	34,6	258	75
gvožđe	26	55,85	13,9	0,018	20,7
vazduh	---	---	37,1	308	81
voda	---	---	36,4	0,36	73

Zakočno zračenje dominantno je prisutno u interakcijama laksih čestica (elektroni) sa materijom, jer je efikasni presek za ovaj proces obrnuto сразмеран kvadratu mase čestice. Energetski gubici miona usled ovog procesa mnogo su manji nego kod elektrona. Međutim, ako mioni imaju dovoljno veliku energiju, zakočno zračenje postaje važno (drugi procesi daju manji doprinos gubitku enerije miona). Kako su mioni i elektroni slične čestice, izraz za efikasni presek za zakočno zračenje miona ima istu formu kao i u slučaju elektrona, samo umesto mase elektrona figuriše masa miona m_μ (R je radijus jezgra):

$$\sigma_r(E, k) dk = 4 Z^2 \alpha \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 r_e^2 \frac{dk}{k} \left[1 + (1-u)^2 - \frac{2}{3}(1-u) \right] \left[\ln \left(\frac{2E}{m_\mu c^2} \frac{\hbar}{m_\mu c R} \frac{1-u}{u} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (3.58)$$

3.1.5 Obrazovanje para naelektrisanih čestica

Proces obrazovanja para naelektrisanih čestica u suštini je obrnut procesu emisije zakočnog zračenja. Ako se u ovom drugom upadni elektron zameni pozitronom i zatim ceo proces posmatra u suprotnom smeru, dobiće se proces obrazovanja elektronsko-pozitronskog para. Saglasno principu detaljnog balansa, efikasni preseci ova dva procesa uzajamno se odnose se kao:

$$\sigma_{pair}(k, E) = \sigma_r(E, k) \frac{E^2}{k^2} , \quad (3.59)$$

gde je E energija jedne od obrazovanih čestica a k energija fotona. Uz $v \equiv E/k$, diferencijalni efikasni presek je, slično formuli (3.47):

$$\sigma_{pair}(k, E) = 4 \alpha Z^2 r_e^2 \frac{dE}{k} G(k, v) . \quad (3.60)$$

Po analogiji sa (3.48) uvodi se faktor ekraniranja

$$\xi \equiv 100 \frac{m_e c^2}{kv} \frac{1}{1-v} Z^{-1/3} ; \quad (3.61)$$

$\xi >> 1$ odgovara odsustvu ekraniranja, a $\xi \approx 0$ potpunom ekraniranju. Isto tako, definiše se i funkcija $G(k, v)$:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & G(k, v) = \left[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3}v(1-v) \right] \left[\ln\left(\frac{2k}{m_e c^2}\right)v(1-v) - \frac{1}{2} \right] , \text{ za } \xi >> 1; \\ \text{b)} \quad & G(k, v) = \left[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3}v(1-v) \right] \left[\ln\left(\frac{2k}{m_e c^2}\right)v(1-v) - \frac{1}{2} - c(\xi) \right] , \text{ za } 2 < \xi < 15; \\ \text{c)} \quad & G(k, v) = \left[v^2 + (1-v)^2 \right] \left[\frac{f_1(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right] + \frac{2}{3}v(1-v) \left[\frac{f_2(\xi)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z \right] , \text{ za } \xi < 2; \\ \text{d)} \quad & G(k, v) = \left[v^2 + (1-v)^2 + \frac{2}{3}v(1-v) \right] \ln(191Z^{-1/3}) - \frac{1}{9}v(1-v) , \text{ za } \xi \approx 0. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Totalni presek dobija se integracijom izraza (3.60):

$$\begin{aligned} \sigma_{pair}(k) &= 4 \alpha Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln\left(\frac{2k}{m_e c^2}\right) - \frac{109}{54} \right] , \text{ za } m_e c^2 << k << 137 m_e c^2 Z^{-1/3}; \\ \sigma_{pair}(k) &= 4 \alpha Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln(191 Z^{-1/3}) - \frac{1}{54} \right] , \text{ za } k >> 137 m_e c^2 Z^{-1/3}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

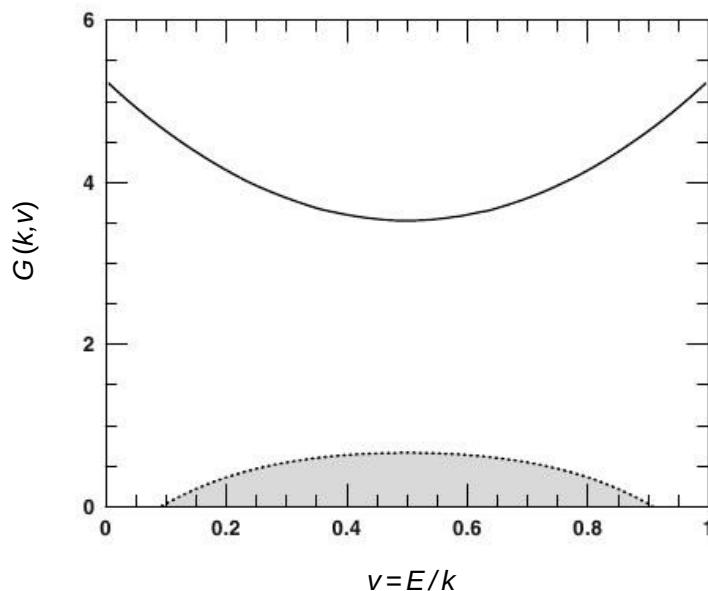
Energetski spektar elektronsko-pozitronskog para je, u dobroj aproksimaciji, konstantna funkcija. Spektar je opisan, u slučaju potpunog ekraniranja, funkcijom

$$\psi_{pair}(v) = \frac{G(k, v)}{\ln(191 Z^{-1/3})} = v^2 + (1-v)^2 + \left(\frac{2}{3} - 2b\right)v(1-v) . \quad (3.64)$$

Funkcija je simetrična na smenu $v \rightarrow (1-v)$. Ugaona raspodela je kolimisana prema napred, i to više što je energija fotona viša. Srednja kvadratna vrednost ugla razletanja elektrona i pozitrona u odnosu na pravac upadnog fotona je

$$\langle \Theta^2 \rangle^{1/2} = g(k, E, Z) \frac{m_e c^2}{k} \ln\left(\frac{k}{m_e c^2}\right) , \quad (3.65)$$

gde funkcija $g(k, E, Z)$ ima vrednost između 0,5 i 5. Ova funkcija zavisi od $v \equiv E/k$, a slabo od Z .



Slika 3.5 Diferencijalna verovatnoća za obrazovanje para $G(k, v)$ iz (3.62a) (ispredidana linija) i (3.62d) (puna linija) za energiju fotona 100 MeV [5].

U interakciji upadne nanelektrisane čestice sa materijom može doći i do direktnе (promptne) kreacije para nanelektrisanih čestica, a preko emisije virtuelnog fotona. U odnosu na zakočno zračenje to je proces višeg reda, pa je efikasni presek $1/\alpha$ puta manji od efikasnog preseka za zakočno zračenje (α je konstanta fine strukture). Međutim, kod težih čestica efikasni presek za direktnu kreaciju para može biti i veći od preseka za zakočno zračenje, jer je ovo drugo obrnuto srazmerno kvadratu mase upadne čestice, dok kod stvaranja para nema te zavisnosti. To se može objasniti time da je presek za obrazovanje para reda $Z^2 \alpha r_e^2$ a gustina virtuelnih fotona

reda α , što za efikasni presek daje $Z^2 \alpha r_e^2$. Sa druge strane, efikasni presek za emisiju zakočnog zračenja nanelektrisane čestice mase M je približno $Z^2 \alpha^2 r_e^2 (m_e/M)^2$. Ako je $M^2 > m_e^2/\alpha$, promptna kreacija para je verovatniji proces od emisije zakočnog zračenja. Već u slučaju miona taj uslov je zadovoljen (odnos M^2 i m_e^2/α je oko 300). Iako je efikasni presek veći, gubici energije usled obrazovanja parova nisu znatno veći od gubitaka pri emisiji zakočnog zračenja. Energija koja se preda u procesu kreacije para je oko $(m_e/M)E$, gde je E energija upadne čestice, a kod zakočnog zračenja preda se približno $E/2$. Prema tome, proizvod srednjeg gubitka energije i efikasnog preseka za proces kreacije para je $Z^2 \alpha r_e^2 (m_e/M)E$, a za zakočno zračenje je $Z^2 \alpha r_e^2 (m_e/M)^2 E$. Prvo je veće od drugog ako je $M > m_e/\alpha$ što je u slučaju miona ispunjeno.

Diferencijalni efikasni presek za kreaciju elektronsko-pozitronskog para sa energijama ε_+ i ε_- zavisi od parametara

$$u_+ = \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{E} \quad \text{i} \quad v_+ = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} , \quad (3.66)$$

gde je E energija upadne čestice mase M . Ta funkcija je

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dudv} = & \frac{2}{3\pi} (Z\alpha)^2 r_e^2 L \frac{1+(1-u)^2}{2} \left\{ [(2+v^2) + x(3+v^2)] \ln \frac{1+x}{x} - (3+v^2) \right\} \\ & + \frac{2}{3\pi} (Z\alpha)^2 r_e^2 L \left\{ \frac{1-u}{1+x} (1-v^2) + \frac{1}{2} u^2 \left[\frac{x}{1+x} + (2+v^2) - x(3+v^2) \ln \frac{1+x}{x} \right] \right\} , \end{aligned} \quad (3.67)$$

gde je $x = \frac{1}{4} \left(\frac{M}{m_e} \right)^2 \frac{u^2(1-v^2)}{1-u}$. Parametar L sadrži logaritamski član i odnosi se na ekraniranje

jezgra elektronima iz omotača, odnosno na efektivni domet Kulonovog polja:

$$\begin{aligned} L &= \ln \left[a \frac{Eu(1-v^2)}{2m_e c^2 \sqrt{1+x}} \right] - 1 \quad , \text{ za } \frac{2}{u(1-v^2)} \frac{m_e c^2}{E} (1+x) \gg \alpha Z^{1/3} \quad \text{i } a \approx 1 ; \\ L &= \ln (191 Z^{-1/3} \sqrt{1+x}) \quad , \text{ za } \frac{2}{u(1-v^2)} \frac{m_e c^2}{E} (1+x) \ll \alpha Z^{1/3} . \end{aligned} \quad (3.68)$$

Prva formula odnosi se na odsustvo ekraniranja, a druga na potpuno ekraniranje. Iz ovih relacija moguće je numeričkim računom odrediti gubitak energije usled direktnе kreacije para. Za mione energija većih od 10 GeV relativni gubitak energije $\Delta E/E$ je reda veličine 10^{-6} , što odgovara vrednostima specifičnih gubitaka na zakočno zračenje; za visokoenergetske mione stvaranje elektronsko-pozitronskog para ima bitnu ulogu.

3.1.6 Anihilacija pozitrona

Visokoenergetski pozitroni se u interakcijama ponašaju kao elektroni. Sa smanjenjem kinetičke energije raste verovatnoća za njihovu anihilaciju sa elektronima iz atoma sredine. Efikasni presek za anihilaciju pozitrona energije $\gamma m_e c^2$ sa slobodnim elektronom koji miruje dat je formulom [24]:

$$\sigma_{an} = \pi r_e^2 \frac{1}{\gamma+1} \left[\frac{\gamma^2+4}{\gamma^2-1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2-1}) - \frac{\gamma+3}{\sqrt{\gamma^2-1}} \right] . \quad (3.69)$$

Proizvod anihilacije su dva fotona koji se kreću u smeru unapred, odnosno unazad, u sistemu centra mase. U laboratorijskom sistemu jedan foton ima veliku energiju, a drugi energiju reda $m_e c^2$. Za nerelativističke energije pozitrona fotoni se emituju u suprotnim smerovima, pri čemu su oni polarizovani na uzajamno normalnim ravnima. Za ultrarelativističke energije pozitrona relacija (3.69) se može aproksimirati izrazom

$$\sigma_{an} \approx \pi r_e^2 \frac{1}{\gamma} [\ln(2\gamma) - 1] , \quad (3.70)$$

dok je u nerelativističkom slučaju

$$\sigma_{an} \approx \pi r_e^2 \frac{1}{\beta} . \quad (3.71)$$

Za male energije pozitrona brzina anihilacije jednaka je $(N/A)Z\pi r_e^2 e$ i ne zavisi od brzine čestice.

Po analogiji sa fotoefektom, anihilacija se može dogoditi i sa vezanim elektronom, pri čemu se emisuje jedan foton. Efikasni presek za jednofotonsku anihilaciju pozitrona sa elektronom iz K ljudske je

$$\sigma_{an}(k) = 4\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2 \frac{1}{\beta \gamma (\gamma+1)^2} \left[\gamma^2 + \frac{2}{3} \gamma + \frac{4}{3} - \frac{\gamma+2}{\beta \gamma} \ln(1+\beta) \gamma \right] . \quad (3.72)$$

U ultrarelativističkom i nerelativističkom slučaju, efikasni preseci su, respektivno,

$$\begin{aligned} \sigma_{an}(k) &\approx \frac{4\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2}{\gamma} , \gamma \gg 1 ; \\ \sigma_{an}(k) &\approx \frac{4\pi}{3} Z^5 \alpha^4 r_e^2 \beta , \beta \ll 1 . \end{aligned} \quad (3.73)$$

Kako je $Z^5 \alpha^4 \ll 1$, efikasni presek u ovom procesu je za dva reda veličine manji nego kod dvofotonske anihilacije.

3.1.7 Kaskadni pljusak

U elektromagnetskim interakcijama visokenergetskih fotona i elektrona u datoru sredini (obrazovanje para i zakočno zračenje) nastaju sekundarne čestice (fotoni i elektroni) koje imaju dovoljno visoku energiju da i one same obrazuju nove čestice. Ako je energija primarnog fotona ili elektrona dovoljno visoka, procesi zakočnog zračenja i obrazovanja para naizmenično se odvijaju i broj novostvorenih čestica raste. Ovaj proces sukcesivnog množenja čestica naziva se *kaskadnim pljuskom*, i karakterističan je za interakcije visokoenergetskih elektrona i fotona. Kaskadni pljusak se razvija dokle god je energija čestica iznad praga za kreaciju novih čestica, odnosno dok ne počnu da se stvaraju čestice sa energijom nedovoljnom za kreaciju novih čestica. Tada je broj čestica pljuska maksimalan, a sa povećanjem debljine sloja sredine broj čestica se smanjuje i pljusak postepeno nestaje.

Broj elektrona i fotona u kaskadnom pljusku izražava se kao funkcija energije primarne čestice E_0 i dužine pređenog puta kroz sredinu x — $N(E_0, x)$. U praksi je korisno izraziti energiju u jedinicama kritične energije ϵ_0 a pređeni put u jedinicama radijacione dužine X_0 iz (3.56); na taj način funkcija $N(E_0, x)$ ne zavisi od osobina sredine. Broj čestica u pljusku u značajnoj meri fluktuirat će pa on predstavlja samo srednju vrednost; tada je srednji broj N čestica sa energijom iznad neke energije E jednak

$$N(E_0, E, x) = \sum_{n=0}^{\infty} n p(n, E_0, E, x) , \quad (3.74)$$

gde je p verovatnoća da pljusak sadrži n čestica. Veličina fluktuacije određena je disperzijom

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 p(n) - N^2 . \quad (3.75)$$

Kaskadni pljusak se usled, pre svega, rasejanja elektrona širi u prostoru oko pravca kretanja primarne čestice. Zbog toga je često od interesa određivanje broja čestica u konusu oko ose pljuska unutar datog ugla θ , ili broja čestica na rastojanju od ose pljuska manjem od datog rastojanja r . Odgovarajuće srednje vrednosti $N(E, E_0, x, \theta)$ i $N(E, E_0, x, r)$ zadovoljavaju sledeće diferencijalne ugaone i prostorne raspodele:

$$f(\theta) = \frac{1}{N(E_0, E, x) \sin \theta} \frac{dN(E_0, E, x, \theta)}{d\theta} , \text{ odnosno}$$

$$f(r) = \frac{1}{N(E_0, E, x) 2\pi r} \frac{dN(E_0, E, x, r)}{dr} . \quad (3.76)$$

Zavisnost prostorne raspodele od materijala sredine može se isključiti ako se rastojanje r izrazi u jedinicama definisanim kao $r_M = X_0 \varepsilon_0 / E_s$. r_M je jednako srednjem kvadratnom rastojanju od ose pljuska na kome se nalazi elektron energije ε_0 posle pređenog puta od X_0 .

3.1.8 Čerenkovljevo zračenje

Kada se čestica kreće kroz neku sredinu brzinom βc većom od fazne brzine svetlosti u toj sredini c/n , dolazi do emisije Čerenkovljevog zračenja. Uslov $\beta c > c/n$ određuje energiju praga za Čerenkovljevo zračenje. Za elektrone, u vazduhu on iznosi oko 21 MeV dok je u vodi oko 1 MeV. Zračenje se emituje u konusu oko pravca putanja čestice, pod uglom

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n} + q ; \quad (3.77)$$

q je kvantni korektivni faktor zanemarljivog praktičnog značaja. Maksimalni ugao dobija se za visoke energije čestice kada je β praktično jednako 1.

Intenzitet zračenja (broj emitovanih fotona) po jedinici dužine puta proporcionalan je kvadratu nanelektrisanja čestice:

$$\frac{dN}{dL} = \frac{Z'^2 \alpha}{\hbar c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) , \quad (3.78)$$

odnosno

$$\frac{dN}{dL} = \frac{Z'^2 \alpha}{\hbar c} \sin^2 \theta . \quad (3.79)$$

Drugi član u (3.78) uvodi zavisnost od energije u oblasti praga. Talasna dužina Čerenkovljevog zračenja je obrnuto proporcionalna kvadratu srednjeg slobodnog puta čestice u datoj sredini λ^2 , i nalazi se u oblasti vidljive i ultraljubičaste svetlosti.

3.2 Hadronske interakcije čestica visokih energija

3.2.1 Neelastične hadronske interakcije

Interakcije hadrona visokih energija generalno se opisuju kvantnom hromodinamikom. Međutim, na relativno nižim energijama, do nekoliko stotina GeV, teorija ne daje dobre rezultate i koristi se manje ili više fenomenološki pristup. Slaganje sa eksperimentalnim podacima opravdava ovakav način opisivanja interakcija čestica, iako je ograničen na relativno mali opseg

energija.

Kretanje relativističke čestice mase m potpuno je opisano četvorovektorom impulsa \mathbf{p} , koji sadrži i energiju E i impuls \vec{p} , pri čemu je $\mathbf{p}^2 c^2 = E^2 - |\vec{p}|^2 c^2 = m^2 c^4$. U sistemu centra mase, u kome su impulsi čestica istog pravca i intenziteta a suprotnog smera, ukupna energija interakcije je

$$\sqrt{s} = [(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 c^2]^{1/2}. \quad (3.80)$$

U referentnom sistemu u kome jedna čestica miruje, odnosno u laboratorijskom sistemu, energija interakcije je

$$\sqrt{s} = (m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2 m_2 c^2 E_{1,lab})^{1/2}, \quad (3.81)$$

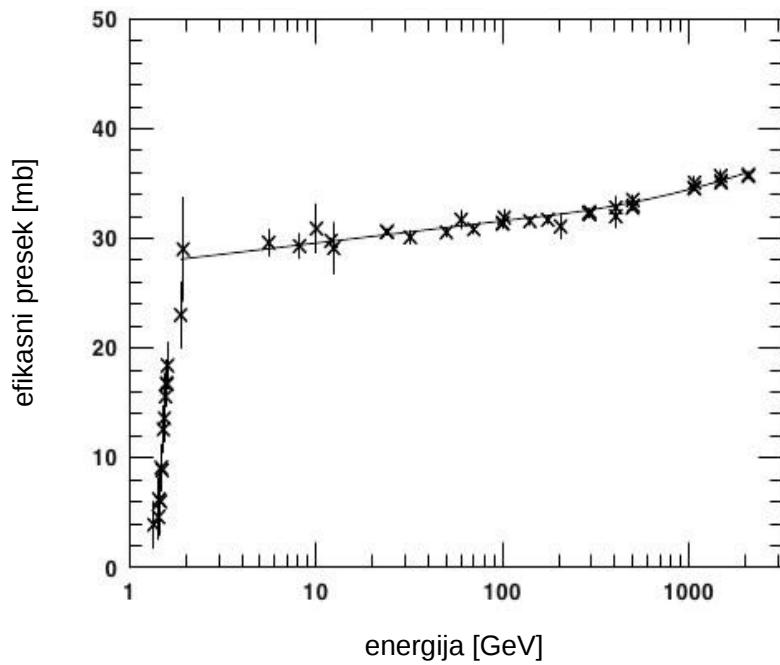
gde je $E_{1,lab}$ energija incidentne čestice u laboratorijskom sistemu. U neelastičnoj interakciji dve čestice stvori se najmanje jedna nova, sekundarna čestica. Iz (3.81) sledi da \sqrt{s} treba da bude dovoljno veliko da bi uključilo i masu sekundarne čestice. Na primer, u sudaru dva protona u kome nastaje neutralni pion, $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$, energija interakcije u sistemu centra mase treba da bude veća od $\sqrt{s} > (2m_p + m_\pi)c^2$. U tom slučaju, minimalna energija protona u laboratorijskom sistemu iznosi 1,22 GeV. Drugim rečima, to znači da je za produkciju jednog neutralnog piona u proton-proton sudaru neophodno da energija protona bude veća od 1,22 GeV, ako meta miruje.

Efikasni presek za neelastično rasejanje zavisi od energije čestice. Iznad energije praga, u opsegu od 1 do 2 GeV, presek raste dosta brzo do vrednosti oko 30 mb, da bi zatim na većim energijama porast pokazivao sporu logaritamsku zavisnost, do oko 35 mb na oko 1,5 TeV (slika 3.6) [25,26]. Efikasni preseci za neelastične sudare piona i kaona sa protonom takođe pokazuju sporu promenu u oblasti energije od nekoliko GeV do nekoliko stotina GeV.

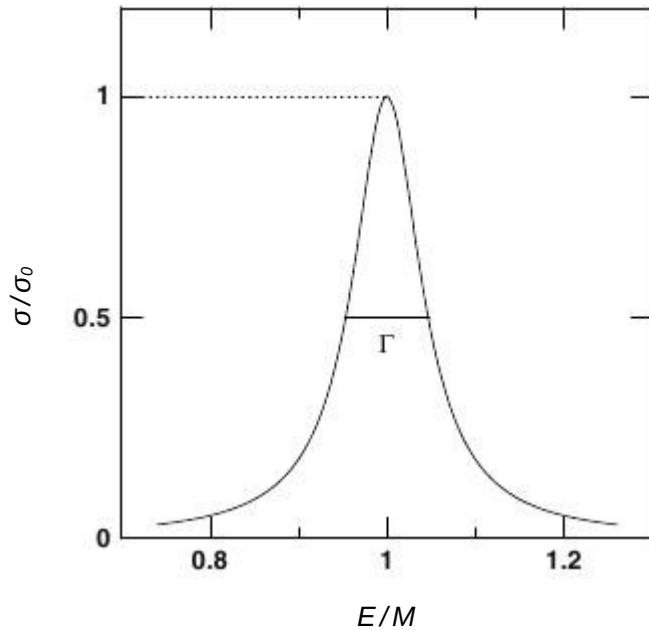
Na energijama primarnih čestica oko energije praga dominantan je proces produkcije barionskih rezonanci. Rezonanca je hadronsko stanje sa definisanim kvantnim brojevima i kvarkovskim sadržajem i sa masom koja zavisi od raspoložive energije. Najveći presek za produkciju ima, tj. najčešće se stvara, Δ barionska rezonanca. Njena masa je 1,232 GeV, a širina je definisana Brajt-Vignerovom formulom:

$$\sigma_\Delta \propto \frac{\Gamma^2/4}{[E - m_\Delta c^2]^2 + \Gamma^2/4}, \quad (3.82)$$

i iznosi $\Gamma \approx 118$ MeV (slika 3.7). Familiju Δ bariona čine četiri čestice: Δ^{++} , Δ^+ , Δ^- i Δ^0 , koje su različite kombinacije u i d kvarkova. Sva četiri tipa Δ čestice raspadaju se na proton ili neutron i pion odgovarajućeg nanelektrisanja.



Slika 3.6 Efikasni presek neelastičnih proton-proton sudara. Podaci su iz [25] a fit iz [26].



Slika 3.7 Efikasni presek za produkciju Δ barionske rezonance u funkciji odnosa energije upadne čestice E i mase rezonance M [5].

U dvočestičnom raspadu, dva finalna stanja hadrona dele raspoloživu energiju prema odnosu svojih masa, jer su intenziteti njihovih impulsa jednaki. Ako se čestica mase M raspada na čestice masa m_1 i m_2 , onda su intenziteti impulsa p određeni formulom

$$p = \frac{1}{2M} \left[\left[M^2 - (m_1 + m_2)^2 \right] \left[M^2 - (m_1 - m_2)^2 \right] \right]^{1/2} c . \quad (3.83)$$

Energije finalnih čestica su, respektivno,

$$E_{1,2} = \frac{1}{2M} \left(M^2 + m_{1,2}^2 - m_{2,1}^2 \right) c^2 . \quad (3.84)$$

U slučaju raspada $\Delta \rightarrow p + \pi^0$ impulsi i protona i piona, u sistemu referance vezanom za Δ , iznose $p_\Delta = 0,227 \text{ GeV}/c$, a njihove energije su $E_{p,\Delta} = 0,965 \text{ GeV}$ i $E_{\pi,\Delta} = 0,267 \text{ GeV}$.

Ako Δ čestica miruje u sistemu centra mase, proton i pion imaće iste ove vrednosti impulsa i energije i u tom sistemu. U suprotnom, njihove energije i longitudinalne komponente impulsa biće lorencovski transformisane pomoću Lorencovog faktora γ_Δ čestice u sistemu centra mase. Energije protona i piona su onda

$$\begin{aligned} E_{p,CM} &= \gamma_\Delta (E_{p,\Delta} + \beta c p_\Delta \cos \theta) \quad \text{i} \\ E_{\pi,CM} &= \gamma_\Delta (E_{\pi,\Delta} - \beta c p_\Delta \cos \theta) , \end{aligned} \quad (3.85)$$

gde je θ ugao između smera kretanja protona u sistemu vezanom za Δ i smera kretanja Δ u sistemu centra mase. Slično, longitudinalni impulsi su

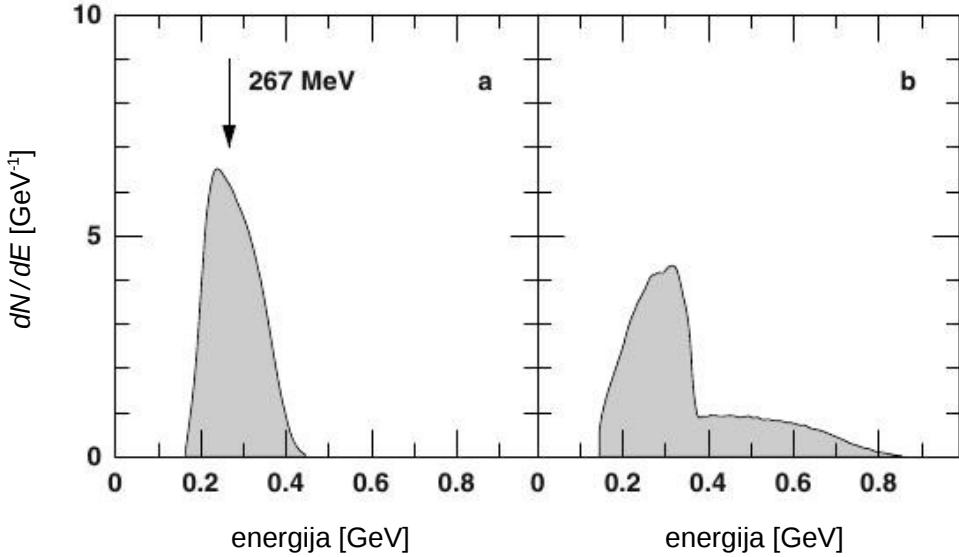
$$\begin{aligned} p_{p,L,CM} &= \gamma_\Delta (p_\Delta \cos \theta + \beta E_{p,\Delta} / c) \quad \text{i} \\ p_{\pi,L,CM} &= \gamma_\Delta (-p_\Delta \cos \theta + \beta E_{\pi,\Delta} / c) , \end{aligned} \quad (3.86)$$

dok su transverzalne komponente impulsa nepromenjene. Da bi se dobila energija i impuls sekundarnih čestica u laboratorijskom referentnom sistemu, neophodna je još jedna Lorencova transformacija, iz sistema centra mase u laboratorijski sistem. Lorencov faktor centra mase je

$$\gamma_{CM} = \frac{E_{1,lab} + m_2 c^2}{\sqrt{s}} . \quad (3.87)$$

Slika 3.8 pokazuje raspodelu energije piona stvorenih u raspadu $\Delta \rightarrow p + \pi^0$, u proton-proton interakcijama na energijama od 2 GeV. Raspodela u sistemu centra mase generisana je i uslovljena brzinom Δ rezonance; strelica na grafiku označava energiju piona u sistemu vezanom za Δ . Raspodela energije piona u laboratorijskom sistemu je znatno šira i pokazuje dve različite komponente, generisane kretanjem Δ rezonanci unapred, odnosno unazad.

Δ čestica je najlakša rezonanca, i efikasni presek za njenu kreaciju je dominantan u neelastičnim interakcijama na energiji praga. Za produkciju težih rezonanci potrebna je veća energija centra mase, a njihovi preseci su manji u odnosu na Δ . Međutim, suma svih ovih težih rezonanci je isto tako značajna u oblasti energija u blizini praga.



Slika 3.8 Raspodela energije piona iz raspada Δ rezonance u CM sistemu (a) i laboratorijskom sistemu (b) [5].

3.2.2 Spektar i multiplicitet sekundarnih čestica

U rezonantnoj oblasti energije multiplicitet sekundarnih čestica u finalnom stanju je tačno određen, jer svaka rezonanca ima dobro definisane kanale raspada. Međutim, na energijama iznad $\sqrt{s} \approx 2,5$ GeV, produkcija rezonanci nije više tako izražena već počinje da preovlađuje direktna višečestična produkcija. Neelastične interakcije hadrona na ovim višim energijama opisuju se skupom parametara koji parametrizuju spektre i multiplicitete sekundarnih čestica. Verovatnoća za produkciju čestice sa longitudinalnim impulsom p_L i transverzalnim impulsom p_T može biti faktorizovana po dvema komponentama impulsa:

$$\frac{d^2\sigma}{dp_L dp_T} = \sigma f(p_L) g(p_T) . \quad (3.88)$$

Sa povećanjem energije, kada \sqrt{s} postane znatno veće od mase interagujućih čestica, efikasni presek σ postaje konstantan a funkcije $f(p_L)$ i $g(p_T)$ ne zavise od \sqrt{s} ; to se naziva hipotezom skaliranja. Postoje dve varijante skaliranja, Fajnmenova [27] i radikalna [28]. Fajnmenovo skaliranje uvodi promenljivu x_F :

$$x_F = \frac{p_{CM} c}{\sqrt{s}/2} , \quad (3.89)$$

gde je $\sqrt{s}/2$ maksimalni impuls koji sekundarna čestica može da ima, u sistemu centra mase. U funkciji od x_F raspodela impulsa sekundarnih mezona u proton-proton interakciji je $(1 - x_F)^n / x$,

gde za pione n ima vrednost približno 4. Raspodela transverzalnih impulsa piona p_T približava se vrednosti 0,34 GeV/c, koja ne zavisi od energije.

Kod radijalnog skaliranja promenljiva x_R vezana je za energiju u centru mase:

$$x_R = \frac{E_{CM}}{2\sqrt{s}} . \quad (3.90)$$

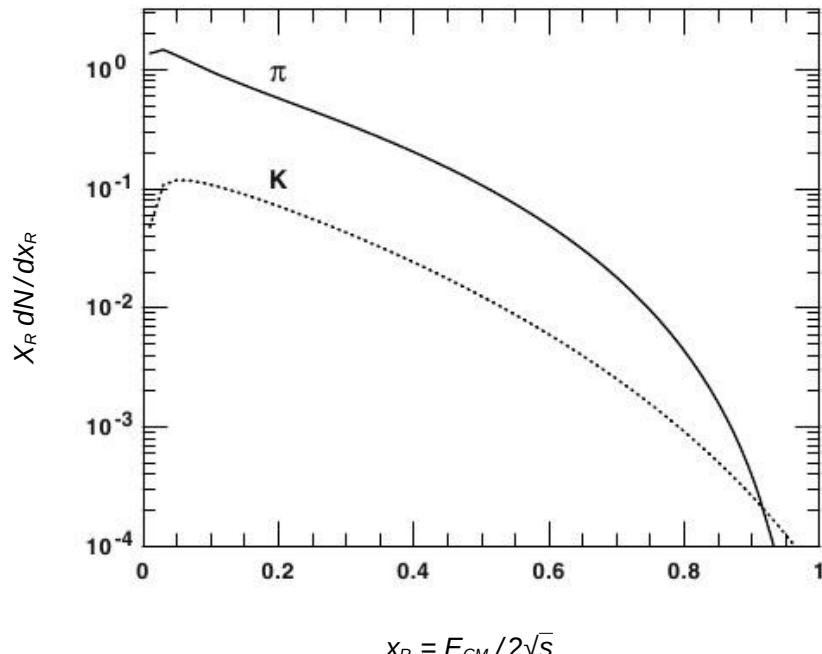
Opšti oblik raspodele, nakon prelaza u laboratorijski sistem i integracije po p_T , je

$$x \frac{dn}{dx} = f(x)H(E) , \quad (3.91)$$

gde je $x = E/E_0$; E i E_0 su energije sekundarne i primarne čestice, respektivno, u laboratorijskom sistemu. Za pione, funkcije $f(x)$ i $H(E)$ imaju sledeće forme (energija je u GeV):

$$\begin{aligned} f_\pi(x) &= 1,22(1-x)^{3,5} + 0,98 e^{-18x} & i \\ H_\pi(E) &= \left(1 + \frac{0,4 \text{ GeV}}{E - 0,14 \text{ GeV}}\right)^{-1} . \end{aligned} \quad (3.92)$$

Slični izrazi važe i za produciju kaona i parova nukleon-antinukleon. Protoni imaju ravnu distribuciju po x , dok distribucija kaona i piona brzo pada sa energijom (slika 3.9). Srednji transverzalni impuls kaona je 0,40 GeV/c. Nukleoni sa najvišim energijama imaju transverzalnu komponentu impulsa 0,50 GeV/c.



Slika 3.9 Spektar sekundarnih piona i kaona [5].

Ovakvom analizom može se izvesti efikasni presek za proton-proton sudare u funkciji od energije protona [26]:

$$\sigma_{pp} = 32,2 \left[1 + 0,237 \ln\left(\frac{E}{200 \text{ GeV}}\right) + 0,01 \ln^2\left(\frac{E}{200 \text{ GeV}}\right) \vartheta\left(\frac{E}{200 \text{ GeV}}\right) \right] \text{ mb}, \quad (3.93)$$

gde je ϑ Hevisajdova funkcija. Ova funkcija dosta dobro fituje eksperimentalne podatke iznad energije 2 GeV (slika 3.6).

Integracijom (3.91) od 0 do 1 može se dobiti srednji multiplicitet piona proizvedenih u proton-proton sudarima:

$$\langle n_\pi \rangle = \int dn = \int_0^1 f(x) H(E) \frac{dx}{x} . \quad (3.94)$$

Srednji multipliciteti nanelektrisanih čestica u funkciji od energije interakcije, dobijeni dvema različitim parametrizacijama [29,30], su

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= 1,17 + 0,30 \log s + 0,13 \log^2 s , \text{ odnosno} \\ \langle n \rangle &= 0,88 + 0,44 \log s + 0,118 \log^2 s . \end{aligned} \quad (3.95)$$

Pored efikasnog preseka, još jedan veoma bitan parametar hadronskih interakcija je *koeficijent neelastičnosti*. Po definiciji, to je deo energije primarne incidentne čestice koji ona sačuva nakon neelastične interakcije. Drugim rečima, to je odnos energije vodećeg sekundarnog nukleona (*leading nucleon*) i energije primarne čestice. Vodeći nukleon označava onaj sekundarni nukleon koji odnosi najveću energiju nakon sudara, i on je (uslovno rečeno) fragment primarnog nukleona. Ako je energija incidentne čestice E a energija jedne sekundarne čestice E_s , koeficijent neelastičnosti je

$$K = 1 - \sum_i \frac{E_{s,i}}{E} , \quad (3.96)$$

gde se sumiranje vrši po svim česticama stvorenim u interakciji. U proton-proton sudarima na srednjim energijama, glavni sekundarni nukleoni imaju ravnu energetsku raspodelu i konstantan koeficijent neelastičnosti $K = 0,5$. Na višim energijama, iznad $\sqrt{s} \approx 50 \text{ GeV}$, K počinje da opada, što znači da se praktično stvori više od jednog glavnog nukelona.

3.2.3 Model minidžetova

Interakcije hadrona visokih energija (iznad 1 TeV) pokazuju drukčija svojstva nego što je to slučaj sa interakcijama na niskim energijama. Transverzalna komponenta impulsa sekundarnih čestica ima veću srednju vrednost i, isto tako, drukčiji oblik raspodele [31]. Ova razlika je

posledica toga da u interakcijama više ne učestvuju hadroni kao celine, već njihovi konstituenti kvarkovi pojedinačno. Stoga se ove sekundarne čestice koje imaju velike transverzalne impulse produkuju u vidu hadronskih džetova. U tom slučaju Fajnmenovo skaliranje više nije validno, i neophodno je primeniti drukčiji pristup. Model kojim se opisuje uzajamno delovanje hadrona visokih energija naziva se modelom minidžetova [32,33].

Model minidžetova računa efikasni presek integracijom diferencijalnog kvantno-hromodinamičkog preseka:

$$\sigma_{QCD} = \int dx_1 \int dx_2 \int_{Q_{min}}^{Q_{max}} d\hat{t} \frac{d\sigma_{QCD}}{dx_1 dx_2 dQ}(\sqrt{s}) . \quad (3.97)$$

Minimalni preneti impuls za koji teorija može biti primenjena određen je sa $\hat{s} = x_1 x_2 s < 2 Q_{min}$,

gde su x_1 i x_2 su energije interagujućih partona. Podintegralni izraz $\frac{d\sigma_{QCD}}{dx_1 dx_2 dQ}(\sqrt{s})$ reflektuje raspodelu dela energije koji nose partoni različitih tipova. Ove raspodele nazivaju se strukturnim funkcijama. Efikasni presek izračunat na ovaj način raste veoma brzo, u zavisnosti od Q_{min} i strukturnih funkcija, i posle neke vrednosti prevazilazi izmereni totalni presek za neelastičnu interakciju. Kako je σ_{QCD} totalni inkluzivni presek za produkciju minidžetova, veliki presek znači da se u interakciji kreira više od jednog para minidžetova. Broj parova n može se dobiti iz

$$n(b) = A(b)\sigma_{QCD} , \quad (3.98)$$

gde je $A(b)$ verovatnoća za sudar partona čiji je parametar sudara b .

Uzimajući u obzir neelastične interakcije na svim energijama, niskim i visokim, totalni efikasni presek za neelastičnu interakciju σ_{inel} dobija se integracijom realne ejkonalne funkcije χ u prostoru parametara sudara:

$$\sigma_{inel} = \int [1 - e^{-2\chi(b,s)}] db . \quad (3.99)$$

Ejkonalna funkcija deli se na dve funkcije koje se odnose na dva procesa, niskoenergetski (mali transverzalni impuls, Fajnmenovo skaliranje) i visokoenergetski (veliki transverzalni impuls):

$$\chi(b,s) = \chi_{soft}(b,s) + \chi_{QCD}(b,s) . \quad (3.100)$$

χ_{soft} je konstanta koja reprezentuje efikasni presek za niskoenergetske neelastične sudare, a koji iznosi 32 mb; χ_{QCD} proizlazi iz kvantno-hromodinamičkog modela i jednako je $n(b,s)/2$.

Interakcije čestica koje imaju mali transverzani impuls modelovane su prema modelu dualnih partona [34]. Model polazi od ideje da se u nukleon-nukleon sudarima tri valentna kvarka u svakom nukleonu dele na kvark i dikvark. U interakciji se dikvark projektila kombinuje se sa kvarkom mete i obrnuto. Svaki par kvark-dikvark čini strunu čija je energija jednaka zbiru

energija koje kvark i dikvark nose iz svojih prvobitnih nukleona. Deo energije nukleona x_q koji nosi kvark računa se prema

$$f(x_q) = \frac{(1-x_q)^\alpha}{\left(x_q^2 + \frac{\mu^2}{s}\right)^{1/4}}, \quad (3.101)$$

gde je μ efektivna masa kvarka. Efektivna masa μ i parametar α biraju se tako da fituju izmerene raspodele sekundarnih čestica; μ je reda 300 MeV a α oko 3,0. Dikvark iz istog nukleona nosi ostatak energije $x_{dq} = 1 - x_q$. Energija svake od struna u takvoj dvočestičnoj interakciji je onda $\sqrt{s}(x_{dq,p} + x_{dq,t})/2$, gde se $x_{dq,p}$ odnosi na projektil a $x_{dq,t}$ na metu. Slično, njihovi impulsi su $\sqrt{s}(x_{dq,p} - x_{dq,t})/2$. U sistemu centra mase dve strune se kreću u suprotnim smerovima, u zavisnosti od energije dikvarkova u tom referentnom sistemu. Interakcije mezona mogu se, takođe, modelovati na sličan način, pri čemu se dva mezona dele na kvark i antikvark, umesto dikvarka.

4 KOSMIČKO ZRAČENJE U ATMOSFERI I NA POVRŠINI ZEMLJE

Kada se visokoenergetske čestice primarnog kosmičkog zračenja sudare sa jezgrima atoma gornjih slojeva atmosfere, one proizvedu kaskadni pljusak (*shower*) mnoštva novih čestica koje skupa čine sekundarno kosmičko zračenje. Prvo se u tim interakcijama proizvode, preovlađajuće, pioni, kao i manje obilni kaoni i drugi mezoni i hadroni. Neutralni pioni se, zatim, neposredno raspadaju na visokoenergetske fotone, a nanelektrisani pioni i kaoni na mione i neutrina. Deo miona se raspade u atmosferi, a ostatak uspeva da prodre do površine Zemlje. Iz raspada miona i iz interakcija miona i gama zračenja sa atomima nastaju elektroni i pozitroni. Na taj način, visokoenergetska primarna čestica može stvoriti milione sekundarnih čestica koje se, usled stečenih transverzalnih impulsa i rasejanja, lateralno šire oko središnje ose kaskade. Skup svih ovih čestica naziva se *širokim atmosferskim pljuskom*. Broj, odnosno intenzitet, čestica koje dospeju do površine Zemlje u neposrednoj je vezi sa energetskim spektrom i kompozicijom primarnog kosmičkog zračenja. U ovom poglavljtu detaljnije će se obraditi svojstva sekundarnog kosmičkog zračenja, mehanizmi stvaranja sekundarnih čestica u atmosferi, kao i njihovi pojedinačni doprinosi ukupnom intenzitetu sekundarnog kosmičkog zračenja.

4.1 Svojstva sekundarnog kosmičkog zračenja

4.1.1 Atmosfera

Propagacija čestica kroz atmosferu zavisi od fluksa i energije čestica i njihovih interakcija i od strukture atmosfere. Osnovni parametar atmosfere od značaja za interakcije primarnih i stvaranje sekundarnih čestica, i na taj način i stvaranje kaskadnih pljuskova, je količina materije iznad sloja atmosfere u kome čestica interaguje. Ona se kvantifikuje veličinom koja se naziva atmosferskom dubinom. Verovatnoća da čestica interaguje sa jezgrom u beskonačno malom sloju atmosfere dx na dubini x je $dx / \lambda(E)$, gde je $\lambda(E)$ srednji slobodni put čestice u vazduhu. Obe veličine, x i $\lambda(E)$, izražavaju se u g/cm^2 . Atmosferska dubina meri se od vrha atmosfere duž putanje čestice i naziva se nagibnom dubinom (*slant depth*), za razliku od vertikalne atmosferske dubine koja je najkraće rastojanje od vrha atmosfere do opservacionog nivoa gde je čestica interagovala. Vertikalna atmosferska dubina x u vezi je sa profilom gustine atmosfere iznad opservacionog nivoa:

$$x = \int_h^{\infty} \rho(h') dh' , \quad (4.1)$$

gde je $\rho(h')$ gustina atmosfere na visini h' a h nadmorska visina opervacionog nivoa. Gustina vazduha, takođe, određuje odnos između srednjeg slobodnog puta čestice usled interakcije i srednjeg slobodnog puta usled raspada.

Srednji slobodni put ili interakciona dužina λ je

$$\lambda = \frac{A}{N_A \sigma_{air}} , \quad (4.2)$$

gde je σ_{air} efikasni presek za interakciju sa jezgrom vazduha i A srednji atomski broj vazduha (A je $\approx 14,5$). U slučaju nukleona energije reda TeV, efikasni presek za interakciju je $\sigma_{air} \approx 300$ mb, pa je interakciona srednja slobodna put $\lambda_N \approx 80$ g/cm².

Odnos atmosferskog pritiska, koji je u stvari vertikalna dubina x , i gustine vazduha proporcionalan je temperaturi vazduha:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{x}{-dx/dh} \propto T . \quad (4.3)$$

Ako je temperatura konstantna (izotermička atmosfera), onda je dubina u prostoj vezi sa visinom:

$$x = x_0 e^{-h/h_0} , \quad (4.4)$$

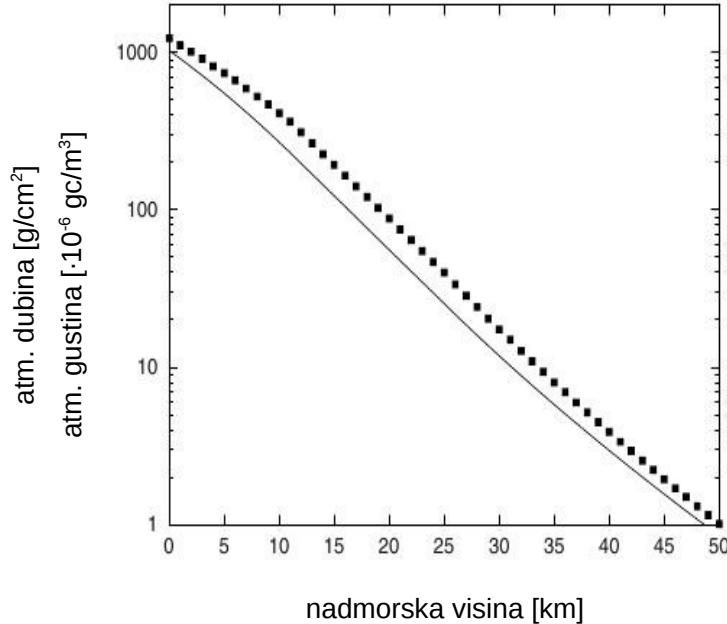
gde je x_0 atmosferska dubina na nivou mora i ona iznosi ≈ 1030 g/cm², a veličina $h_0 \equiv x/\rho$ je tzv. skalirana visina. h_0 se smanjuje sa nadmorskog visinom i ima približnu vrednost 8,4 km na nivou mora a 6,4 km iznad troposfere ($x < 200$ g/cm²).

Relacija (4.4) važi za idealni gas konstantnog sastava koji je u hidrostatickoj ravnoteži. U stvarnosti temperatura vazduha, a samim tim i skalirana visina, opada sa nadmorskog visinom do visine 10-15 km (troposfera), a iznad ove visine je prvo konstantna (tropopauza) a zatim blago raste (stratosfera). Odavde sledi da se zavisnost temperature od visine može aproksimirati trima funkcijama, sa parametrima određenim standardnim atmosferskim modelima. Postoji više modela atmosfere koji opisuju promene fizičkih svojstava (pritisak, temperaturu, gustinu) atmosfere sa nadmorskog visinom. Međunarodna standardna atmosfera daje visinu troposfere 11 km, srednju temperaturu na nivou mora 15 °C i srednji pad temperature sa visinom 6,5 °C/km. Uz ove aproksimacije, zavisnost vertikalne atmosferske dubine x od nadmorske visine h onda postaje:

$$\begin{aligned} \ln x &= 5,26 \ln [(44,34 - h)/11,86] , \text{ za } h < 11 \text{ km,} \\ \ln x &= (45,5 - h)/6,34 , \text{ za } 25 \text{ km} < h < 11 \text{ km,} \end{aligned}$$

$$\ln x = 13,78 - 1,67 [68,47 - 1,2(48,63 - h)]^{1/2} , \text{ za } h > 25 \text{ km}, \quad (4.5)$$

gde su svi koeficijenti u km a atmosferska dubina u g/cm^2 . Ova relacija daje približni atmosferski profil, kao dobru reprezentaciju atmosfere usrednjenu po celoj Zemlji. Međutim, na posebnim lokacijama, npr. polovima, atmosferski profili mogu biti veoma različiti.



Slika 4.1 Zavisnost atmosferske gustine (tačke) i vertikalne atmosferske dubine (linija) iz (4.5).

U opštem slučaju primarna čestica kreće se pod nekim uglom θ u odnosu na vertikalni pravac. Veza između nadmorske visine h i pređenog puta čestice duž njene putanje l je, u dobroj aproksimaciji,

$$h = l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_Z} \sin^2 \theta , \quad (4.6)$$

gde je R_Z poluprečnik Zemlje. Smenom (4.6) u (4.1), odgovarajuća nagibna dubina x_s je

$$x_s = \int_l^\infty \rho \left(l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_Z} \sin^2 \theta \right) dl . \quad (4.7)$$

Ako je zenitni ugao manji od 60° (aproksimacija ravne Zemlje), drugi član se može izostaviti, i sledi da je

$$\rho \equiv \frac{x}{h_0} = \frac{x_s \cos \theta}{h_0} , \quad (4.8)$$

gde se h_0 uzima na odgovarajućoj atmosferskoj dubini.

4.1.2 Intenzitet sekundarnog kosmičkog zračenja

Intenzitet kosmičkog zračenja je, po definiciji, broj čestica koje prođu kroz jedinicu površine u jedinici vremena. Ako se čestice kreću određenim pravcem, koji je zadat sfernim koordinatama zenitnog ugla θ i azimutalnog ugla φ , njihov intenzitet naziva se usmerenim intenzitetom, i označava se sa $j(\theta, \varphi)$. Ukupan intenzitet dobija se integracijom po svim prvcima:

$$J = \int j(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi . \quad (4.9)$$

Broj čestica koji prođe kroz horizontalnu jediničnu površinu u jedinici vremena naziva se fluksom kosmičkog zračenja, i u vezi je sa intenzitetom kao

$$\Phi = \int j(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi . \quad (4.10)$$

Kako čestice dolaze odozgo na površinu Zemlje, integracija se vrši po gornjoj polusferi. Po definiciji, fluks je uvek manji ili jednak od ukupnog intenziteta; za $\theta=0$ njihove vrednosti su jednake.

Zanemarujući slabu zavisnost od azimutalnog ugla, intenzitet je funkcija samo zenitnog ugla:

$$j(\theta, \varphi) = j_v \cos^n \theta , \quad (4.11)$$

gde je j_v vertikalni intenzitet $j(\theta=0)$. Eksponent n je različit za različite komponente i zavisi od energije čestica i od nadmorske visine.

Intenzitet neke komponente kosmičkog zračenja smanjuje se, usled apsorpcije, sa atmosferskom dubinom po eksponencijalnom zakonu. Ako je apsorpcioni srednji slobodni put Λ , intenzitet u funkciji od zenitnog ugla na atmosferskoj dubini x izražava se na sledeći način:

$$j(\theta, x) = j_v(x=0) \exp\left(-\frac{x}{\Lambda \cos \theta}\right) \simeq j_v(x) \cos^{x/\Lambda} \theta . \quad (4.12)$$

Ako se prepostavi da je kosmičko zračenje na granici atmosfere izotropno, da nema promene pravca kretanja čestica i da promena intenziteta kosmičkog zračenja zavisi samo od debljine apsorbera, može se naći veza vertikalnog i ukupnog intenziteta na datoj atmosferskoj dubini. Sa ovim prepostavkama, intenzitet zračenja koji dolazi pod uglom θ na dubini x jednak je vertikalnom intenzitetu na dubini $x/\cos\theta$:

$$j(\theta, x) = j_v\left(\frac{x}{\cos \theta}\right) . \quad (4.13)$$

Odavde sledi da je ukupan intenzitet, uz uslov da je zavisnost od azimutalnog ugla zanemarljiva,

$$J(x) = 2\pi \int_0^{\pi/2} j(\theta, x) \sin \theta d\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} j_v \left(\frac{x}{\cos \theta} \right) \sin \theta d\theta . \quad (4.14)$$

Diferenciranjem (4.14) dobija se

$$2\pi j_v(x) = J(x) - x \frac{dJ(x)}{dx} . \quad (4.15)$$

Ova relacija naziva se Grosovom transformacijom [35], i iz nje se može izračunati vertikalni intenzitet ako je poznat ukupan intenzitet kosmičkog zračenja.

Eksperimentalne metode i tehnike ograničavaju merenja intenziteta kosmičkog zračenja samo na oblast energija iznad neke minimalne energije, $j(>E)$. Istovremeno, može se definisati intenzitet čestica koje imaju energiju u nekom intervalu $(E, E+dE)$, kao funkcija $f(E) dE$. Onda se intenzitet čestica sa energijom većom od neke energije E može izraziti kao:

$$j(>E) = \int_E^{\infty} f(E') dE' . \quad (4.16)$$

Funkcija $f(E)$ predstavlja diferencijalni energetski spektar, a $j(>E)$ integralni spektar. Spektar je stepena funkcija sa negativnim eksponentom, koji ostaje približno konstantan u širokom opsegu energija.

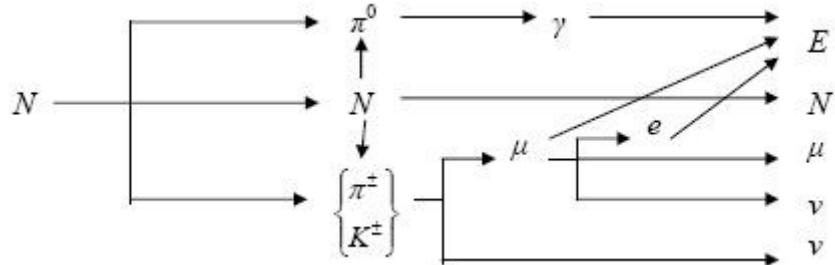
4.1.3 Komponente sekundarnog kosmičkog zračenja

Komponente sekundarnog kosmičkog zračenja mogu se klasifikovati na više načina, prema različitim, uglavnom fenomenološkim, kriterijumima. U zavisnosti od toga da li se zračenje apsorbuje jako ili slabo, razlikuju se meka i tvrda komponenta. Meku komponentu čine čestice niskih energija koje se apsorbuju u olovu debljine 15 cm (ekvivalentno 167 g/cm^2), i u osnovi se sastoji od elektrona. Tvrda komponenta prolazi kroz 15 cm olova i čine je teže čestice; na malim nadmorskim visinama to su uglavnom mioni. Prema tipu interakcije čestica sa materijom razlikuju se nukleonska i elektromagnetna komponenta sekundarnog kosmičkog zračenja. Nukleonska komponenta sastoji se od neutrona i protona i rezultat je višestrukih generacija hadrona. Elektromagnetnu komponentu čine elektroni, pozitroni i fotoni iz, pre svega, raspada neutralnih piona, pri čemu se obrazuje kaskadni pljusak ovih čestica. Ona nastaje u relativno tankom sloju atmosfere; čestice se emituju pod velikim uglovima u odnosu na pravac kretanja incidentne čestice i brzo se apsorbuju. Sa druge strane, nukleoni i nanelektrisani pioni emituju se bliže pravcu kretanja primarne čestice, imaju veće slobodne puteve i samim tim se

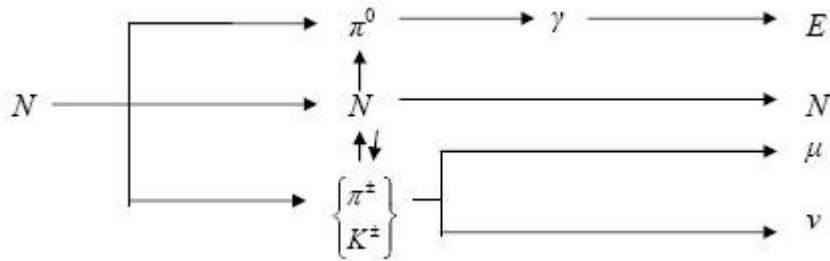
slabije apsorbuju. Pioni, kao i mioni iz njihovog raspada, ponekad se svrstavaju u posebnu mezonsku komponentu, koja je ekvivalentna tvrdoj komponenti. Mioni niskih energija mogu doprineti elektromagnetnoj komponenti, svojim raspadom ili proizvodnjom δ -elektrona.

Shematski, veze među različitim komponentama sekundarnog kosmičkog zračenja mogu se prikazati na sledeći način:

a) za niske energije primarne čestice:



b) za visoke energije primarne čestice:



U interakcijama nukleona i težih jezgara u atmosferi stvara se veliki broj piona, kao i manji broj kaona i drugih hadrona. Proces stvaranja sekundarnih piona u nuklearnim interakcijama naziva se pionizacijom kosmičkog zračenja. Iz principa nezavisnosti nanelektrisanja sledi da je odnos broja neutralnih i broja nanelektrisanih piona $N_0/(N_+ + N_-)$ jednak $1/2$. Neutralni pioni neposredno se raspadaju na parove fotona visokih energija, koji zatim generišu kaskadni pljusak elektromagnetne komponente:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma .$$

Nanelektrisani pioni raspadaju se na mione i neutrina:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu , \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu .$$

Jedan deo miona, niskoenergetskih pre svega, dalje se raspada na elektrone i neutrina:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu , \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu .$$

Elektroni ulaze u sastav elektromagnetne komponente, a neutrina prolaze kroz atmosferu i Zemlju uglavnom bez interakcije. U elastičnim sudarima sa jezgrima, odnosno nukleonima, neutrina i antineutrina mogu indukovati druge čestice:

$$\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-, \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+;$$

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-, \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+.$$

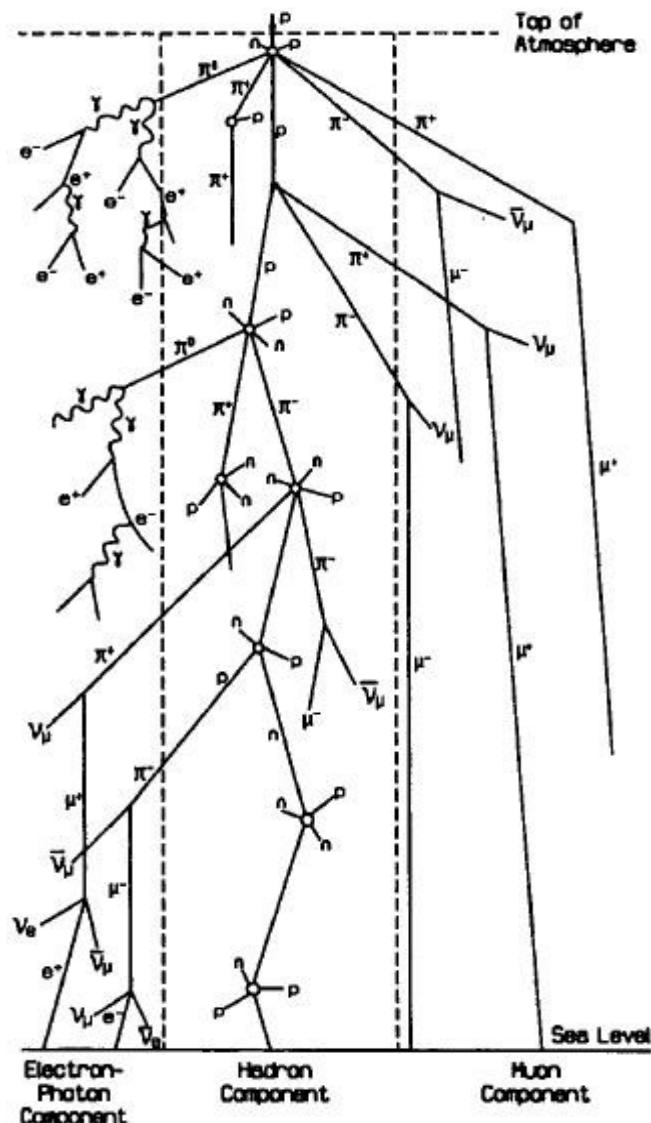
Naelektrisani i neutralni kaoni imaju više kanala raspada, a od značaja za kosmičko zračenje u atmosferi su:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu;$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0, K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0;$$

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0.$$

U osnovi, kaoni direktno doprinose mionskoj komponenti, a u manjem obimu i preko stvorenih naelektrisanih piona. Takođe, mali broj neutralnih piona iz raspada kaona dodaje jedan mali deo elektromagnetskoj komponenti.



Slika 4.2 Dijagram kaskadnog pljuska čestica sekundarnog kosmičkog zračenja.

Kako je vreme života elementarnih čestica proporcionalno Lorencovom faktoru γ , brzine raspada piona i miona su obrnuto proporcionalne njihovim energijama. Ako je masa čestice m , njena energija E i sopstveno vreme života τ , brzina raspada na jedinici dužine je

$$\frac{1}{c\beta\tau(E)} = \frac{1}{c\beta\gamma\tau} = \frac{m}{p\tau} , \quad (4.17)$$

gde su $p = \beta\gamma mc$ impuls čestice i $\tau(E) = \gamma\tau$ srednje vreme života. U atmosferi gustine ρ srednji slobodni put usled raspada d definisan je kao

$$\frac{1}{d} = \frac{m}{\rho p \tau} ; \quad (4.18)$$

d se takođe izražava u g/cm². Ako je on manji od interakcionog srednjeg slobodnog puta ($d < \lambda$), raspad čestice je verovatniji proces. Kako je $\rho = x/h_0$, dobija se

$$\frac{1}{d} = \frac{h_0 m}{x p \tau} = \frac{b}{x p} , \quad (4.19)$$

gde je $b \equiv h_0 m / \tau$ tzv. konstanta raspada.

Verovatnoća da čestica, nastala na atmosferskoj dubini x_1 i sa impulsom $p(x_1)$, stigne do dubine x_2 data je izrazom:

$$\omega(x_1, x_2; p(x_1)) = \exp \left[- \int_{x_1}^{x_2} \frac{b(x)}{x p(x)} dx \right] . \quad (4.20)$$

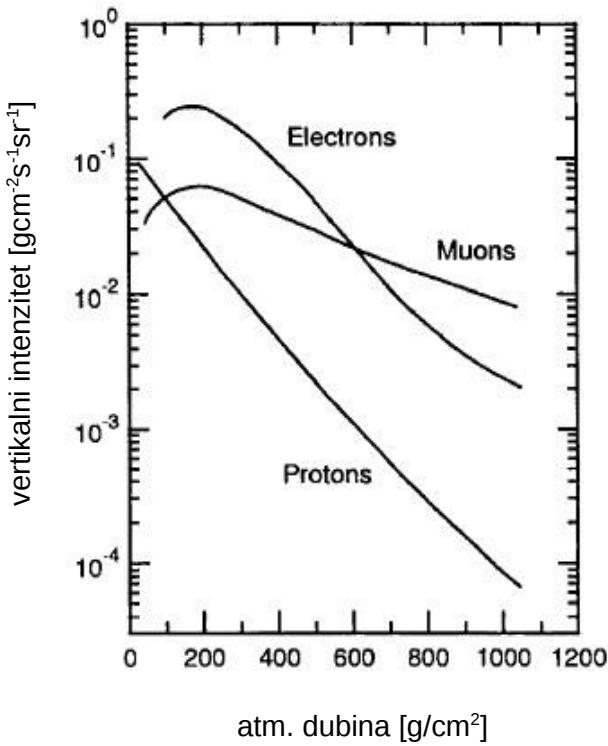
Ako b i p ne zavise od x , verovatnoća je

$$\omega(x_1, x_2; p) = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{\frac{b}{p}} . \quad (4.21)$$

Iz ovog izraza sledi da ako čestice imaju impuls, odnosno energiju, znatno veću od b , onda je verovatnoća da čestica preživi put od x_1 do x_2 približno ravan jedinici, što znači da se njen raspad može praktično zanemariti. Kako se najveći broj nestabilnih čestica stvori na dubini ≈ 100 g/cm², brojna vrednost konstante raspada b određena je vrednošću h_0 na toj dubini (6,4 km), i za mione, nanelektrisane pione i nanelektrisane kaone iznosi, respektivno:

$$b_\mu = 1,0 \text{ GeV/c}, \quad b_\pi = 115 \text{ GeV/c}, \quad b_K = 850 \text{ GeV/c}. \quad (4.22)$$

Vrednost b_μ može da se uporedi sa energijom koju mion gubi zbog jonizacije atoma u atmosferi. Konstante b_π i b_K pokazuju da pioni i kaoni energije reda 10-100 GeV predstavljaju izvor miona, dok oni sa energijom iznad 1 TeV doprinose nukleonskoj komponenti.



Slika 4.3 Vertikalni intenzitet komponenti sekundarnog kosmičkog zračenja u funkciji od atmosferske dubine [3].

4.2 Hadronske kaskade i produkcija nukleona i piona

Stvaranje i propagacija kaskadnih pljuskova sekundarnog kosmičkog zračenja analitički se opisuju difuznim ili kaskadnim jednačinama, koje su funkcija fluksa i energije čestica i parametara interakcija čestica sa jezgrima sredine. U opštem slučaju, intenziteti, odnosno fluksevi, sekundarnih čestica određeni su skupom kaskadnih (transportnih) jednačina; intenzitet $j_i(E, x)$ čestice tipa i , sa energijom u intervalu $(E, E+dE)$ i na atmosferskoj dubini x , dobija se rešavanjem sledeće jednačine:

$$\frac{dj_i(E, x)}{dx} = -\left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d_i}\right) j_i(E, x) + \sum_j \int \frac{f_{ji}(E_i, E_j)}{E_i} \frac{j_j(E_j)}{\lambda_j} dE_j , \quad (4.23)$$

gde su λ_i i d_i srednji slobodni putevi za interakciju, odnosno raspad čestice i -tog tipa. $f_{ji}(E_i, E_j)$ su spektri produkcije sekundarnih čestica i primarnim česticama j . Prvi član u (4.23) određuje smanjenje intenziteta usled interakcije i raspada. Drugi član je odgovoran za produkciju čestica i -tog tipa energije E_i , sabiranjem po svim česticama j -tog tipa energije E_j i intenziteta $j_j(E_j)$. Gornja jednačina odnosi se na nekorelisane čestice – to znači da se u svakoj interakciji primarne čestice

stvari samo jedna nova sekundarna čestica koja može da se detektuje na datoj atmosferskoj dubini.

4.2.1 Producija i intenzitet nukleona

U stvaranju nukleonske komponente kosmičkog zračenja u oblasti energije do nekoliko desetina GeV učestvuju praktično samo nukleoni. Na višim energijama, verovatnoća za nuklearne interakcije piona ravna je verovatnoći njihovog raspada, pa stoga i doprinos piona nukleonskoj komponenti postaje značajan. Ako se prepostavi da se nukleoni generišu isključivo u interakcijama nukleona, kaskadna jednačina, uzimajući da je raspad nukleona zanemarljiv, ima jednostavan oblik:

$$\frac{dj_N(E,x)}{dx} = -\frac{j_N(E,x)}{\lambda_N} + \int_E^\infty \frac{j_N(E',x)}{\lambda_N(E')} f_{NN}(E,E') \frac{dE'}{E} , \quad (4.24)$$

gde je srednji slobodni put $\lambda_N \approx 80 \text{ g/cm}^2$. Granični uslov za rešavanje jednačine (4.24) definisan je raspodelom intenziteta nukleona na vrhu atmosfere:

$$j_N(E,0) \simeq 1.8 E^{-2.7} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{GeV}^{-1}, \quad (4.25)$$

što je, u stvari, diferencijalni energetski spektar nukleona (protona) primarnog kosmičkog zračenja. U prvoj aproksimaciji, rešenje jednačine (4.24) može se dobiti ako se drugi član, tj. doprinos sekundarnih čestica, interpretira kao izvesno uvećanje srednjeg slobodnog puta. To znači da se integral gubi, a umesto λ_N uvodi se apsorpciona dužina Λ_N ($\Lambda_N > \lambda_N$). Onda se za intenzitet nukleona dobija

$$j_N(E,x) = j_N(E,0) e^{-x/\Lambda_N} . \quad (4.26)$$

Apsorpciona dužina Λ_N je u vezi sa srednjim slobodnim putem λ_N na sledeći način:

$$\frac{1}{\Lambda_N} = \frac{1}{\lambda_N} (1 - z_{NN}) , \quad (4.27)$$

i iznosi $\approx 120 \text{ g/cm}^2$. z_{NN} je težinski faktor efikasnog preseka za produkciju nukleona energije E nukleonima energije $E' \geq E$. Ako se energetski spektar može opisati čistom stepenom funkcijom energije sa indeksom $-(\gamma+1)$, i ako je verovatnoća transfera energije funkcija samo odnosa energija sekundarnih i primarnih čestica E/E' , faktor z_{NN} dat je izrazom

$$z_{NN}(\gamma) \equiv \int_0^1 k^{\gamma-1} f_{NN}(k) dk , \quad (4.28)$$

gde je $k = E/E'$, a $\gamma = 1.7$. Spektralni indeks γ zavisi od vrste i energije čestice. Pošto je $f_{NN}(k)$

opadajuća funkcija k , $z_{NN}(\gamma)$ se smanjuje sa povećanjem vrednosti indeksa γ . Kako sa porastom energije čestica indeks γ postepeno raste, onda iz (4.27) sledi da se apsorpciona dužina Λ_N respektivno smanjuje. Uopšte, faktor $z_{ji}(\gamma)$ pokazuje koliki je prinos čestice i u interakciji čestice j ako je energetski spektar čestice j proporcionalan $E^{-(\gamma+1)}$.

Tabela 4.1 Tabela težinskih faktora z_{ji} za $\gamma = 1,7$ za interakcije protona sa jezgrima vazduha [36].

E_p [GeV]	sekundarne čestice							
	p	n	π^+	π^-	K^+	K^-	π^0	K^0
3	0,4000	0,1013	0,0239	0,0154	0,0001	0,000	0,0200	0,0001
10	0,2742	0,0352	0,0529	0,0365	0,0014	0,000	0,0047	0,0008
10^2	0,2681	0,0335	0,0456	0,0329	0,0072	0,0029	0,0390	0,0082
10^3	0,2732	0,0372	0,0414	0,0302	0,0079	0,0027	0,0356	0,0071
10^4	0,2710	0,0369	0,0405	0,0301	0,0076	0,0026	0,0346	0,0070
10^5	0,2696	0,0372	0,0409	0,0292	0,0076	0,0025	0,0346	0,0068

Sa druge strane, $j_N(E, x)$ se može faktorizovati na dva činioca – na deo koji je funkcija energije $f_N(E)$ i deo koji je funkcija atmosferske dubine $g_N(x)$:

$$j_N(E, x) = f_N(E)g_N(x) = f_N(E)g_N(0)e^{-x/\Lambda_N}, \quad (4.29)$$

Odavde sledi da sa povećanjem dubine intenzitet eksponencijalno atenuira dok energetski spektar ostaje neizmenjen. Kako je spektar stepena funkcija energije, za vertikalni fluks nukleona dobija se:

$$j_N(E, x) = g_N(0)e^{-x/\Lambda_N} E^{-(\gamma+1)}. \quad (4.30)$$

To znači da nukleoni, u prvoj aproksimaciji, imaju energetski spektar jednak spektru primarnog kosmičkog zračenja.

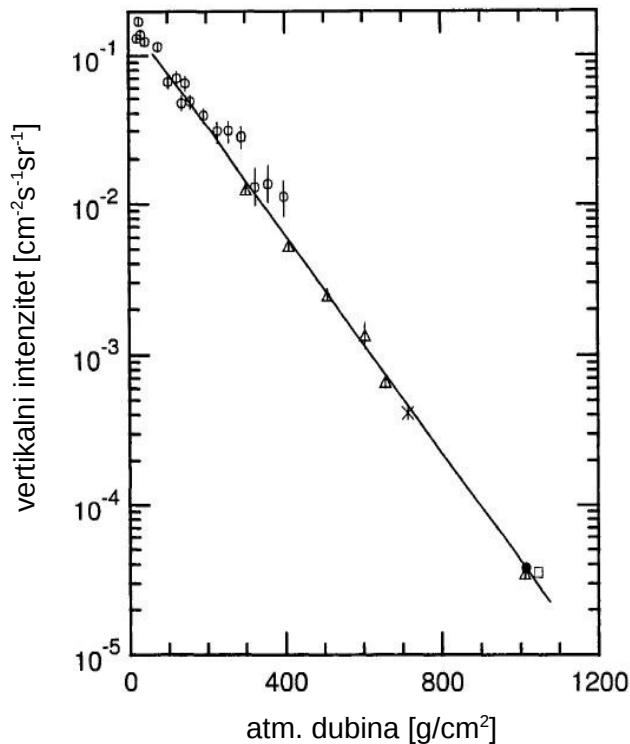
Jednačina (4.30) daje ukupan vertikalni intenzitet nukleona u atmosferi. Parcijalni intenziteti neutrona i protona zavise od četiri težinska faktora z_{nn} , z_{pp} , z_{np} , i z_{pn} , pri čemu je $z_{nn} = z_{pp}$, $z_{np} = z_{pn}$ i $z_{NN} = z_{pp} + z_{pn}$. Preko nezavisnih parametara z_{pp} i z_{pn} definisane su atenuacione dužine Λ' i Λ'' :

$$\Lambda' = \Lambda_N = \lambda_N (1 - z_{NN})^{-1}, \quad \Lambda'' = \lambda_N (1 - z_{pp} + z_{pn})^{-1}. \quad (4.31)$$

Ako je broj neutrona n_n a broj protona n_p , njihov odnos na nekoj dubini x je

$$\frac{n_n(x)}{n_p(x)} = \frac{1 - \delta_0 e^{-x/\Lambda_0}}{1 + \delta_0 e^{-x/\Lambda_0}} , \quad (4.32)$$

gde su $\delta_0 = \frac{n_p(0) - n_n(0)}{n_p(0) + n_n(0)}$ relativni višak protona na vrhu atmosfere i $\Lambda_0 = \frac{\Lambda' - \Lambda''}{\Lambda' \Lambda''}$. δ_0 ima vrednost $\approx 0,82$, pa odnos broja neutrona i broja protona na vrhu atmosfere iznosi približno 0,099; taj odnos raste sa povećanjem dubine, da bi se na velikim nagibnim dubinama približio jedinici.



Slika 4.4 Intenzitet protona energije ≥ 1 GeV u zavisnosti od atmosferske dubine [3,37].

4.2.2 Producija i intenzitet piona

Na sličan način kao u prethodnom poglavlju, može se odrediti fluks piona generisanih u interakcijama nukleona i piona. Kaskadna jednačina ima oblik

$$\begin{aligned} \frac{dj_\pi(E, x)}{dx} = & - \left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi} \right) j_\pi(E, x) + \int_E^\infty \frac{f_{N\pi}(E, E')}{E} \frac{j_N(E')}{\lambda_N} dE' \\ & + \int_E^\infty \frac{f_{\pi\pi}(E, E')}{E} \frac{j_\pi(E')}{\lambda_\pi} dE' , \end{aligned} \quad (4.33)$$

gde su λ_π i d_π srednji slobodni putevi za interakciju, odnosno raspad piona. Brojna vrednost za λ_π iznosi $\approx 120 \text{ g/cm}^2$. Iz (4.33), smanjenje intenziteta piona usled njihovog raspada je

$$\Delta j_\pi = -j_\pi \frac{\Delta x}{\rho \gamma c \tau_\pi} = -\frac{j_\pi \Delta x}{d_\pi} . \quad (4.34)$$

Uzimajući ρ iz (4.8), za d_π se dobija

$$\frac{1}{d_\pi} = \frac{m_\pi c^2 h_0}{E c \tau_\pi x} \equiv \frac{b_\pi c}{E x} , \quad (4.35)$$

gde je $b_\pi = 115 \text{ GeV/c}$ konstantna raspada piona. Konstanta raspada predstavlja kritičnu energiju na kojoj je verovatnoća za interakciju jednaka verovatnoći raspada. Koji će se od ova dva procesa dogoditi, zavisi od odnosa $b_\pi c / E$. Ako je energija čestice znatno veća od kritične, ona uvek interaguje; u suprotnom, ako je njena energija znatno manja od kritične, raspada se.

Fluks piona $j_\pi(E, x)$ može se faktorizovati na način kao u (4.29), na deo koji je funkcija energije i deo koji je funkcija dubine. Na taj način, i uzimajući da je spektar nukleona $j_N(E, x)$ iz (4.26), kaskadna jednačina ima sledeću formu:

$$\begin{aligned} \frac{dj_\pi(E, x)}{dx} &= -\left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi}\right) j_\pi(E, x) + \frac{z_{\pi\pi}}{\lambda_\pi} j_\pi(E, x) + \frac{z_{N\pi}}{\lambda_N} j_N(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} \\ &= -\left(\frac{1}{\Lambda_\pi} + \frac{b_\pi c}{E x}\right) j_\pi(E, x) + \frac{z_{N\pi}}{\lambda_N} j_N(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} , \end{aligned} \quad (4.36)$$

gde su $z_{\pi\pi} \equiv \int_0^1 k^{\gamma-1} f_{\pi\pi}(k) dk$ i $z_{N\pi} \equiv \int_0^1 k^{\gamma-1} f_{N\pi}(k) dk$ težinski faktori efikasnog preseka za

produkциju piona, a Λ_π pionska apsorpciona (atenuaciona) dužina:

$$\frac{1}{\Lambda_\pi} = \frac{1}{\lambda_\pi} (1 - z_{\pi\pi}) ; \quad (4.37)$$

Λ_π je $\approx 160 \text{ g/cm}^2$. Na ovaj način, produkcija i interakcija piona, predstavljeni prvim članom u jednačini (4.36), opisane su jednim jednostavnim izrazom, sa apsorpcionom dužinom Λ_π kao parametrom. Drugi član u (4.36) je spektar produkcije piona nukleonima.

Kako Λ i Z slabo zavise od energije, rešenja jednačine (4.36) mogu se naći, sa jedne strane, za niske energije ($E < b_\pi c$), odnosno, sa druge strane, za visoke energije piona ($E > b_\pi c$). Za energije $E > b_\pi c$, raspad piona može se zanemariti. Tada je vertikalni fluks piona na dubini x , uz granični uslov $J_\pi(E, 0) = 0$ (nema primarnih piona):

$$j_\pi(E, x) = j_N(E, 0) \frac{z_{N\pi}}{1 - z_{NN}} \frac{\Lambda_\pi}{\Lambda_\pi - \Lambda_N} (e^{-x/\Lambda_\pi} - e^{-x/\Lambda_N}) . \quad (4.38)$$

Ako je $E > b_\pi c$, $j_\pi(E, x)$ raste sa dubinom i dostiže maksimum na $\approx 140 \text{ g/cm}^2$, a zatim opada kao

$\exp(-x/\Lambda_\pi)$. Za niske energije, $E \ll b_\pi c$, vertikalni fluks piona je

$$j_\pi(E, x) = j_N(E, 0) z_{N\pi} \frac{x}{\lambda_N} \frac{E}{b_\pi c} e^{-x/\Lambda_N} . \quad (4.39)$$

Ako je $E \ll b_\pi c$, iz (4.39) sledi da je intenzitet piona praktično zanemarljiv u odnosu na intenzitet nukleona istih energija, za sve vrednosti x sem ako je $x \gg \Lambda_N$. Iz (4.38) i (4.39) vidi se da sa porastom energije raste i udeo pionskog fluksa prema nukleonskom fluksu, koji postaje konstantan na energijama $E \gg b_\pi c$. Tako bi se mogla objasniti veća vrednost spektralnog indeksa γ na višim energijama, odnosno veći nagib energetskog spektra nukleona.

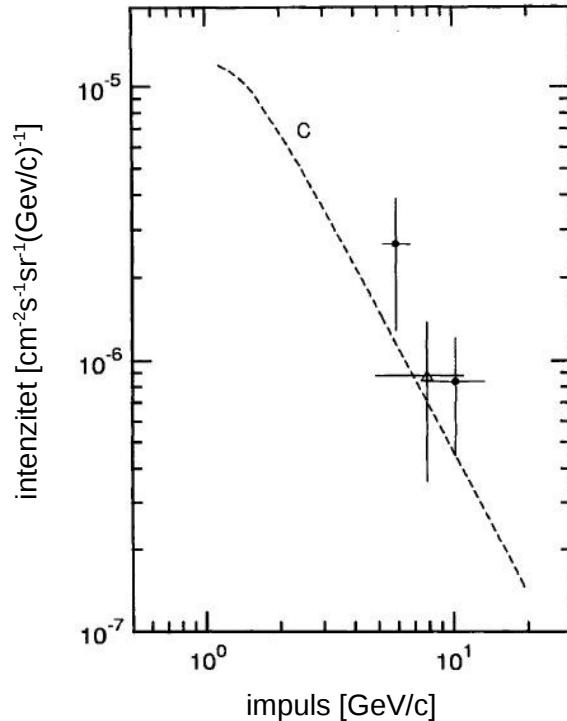
U opštem slučaju, za proizvoljne pravce kretanja čestica kaskadna jednačina je

$$\frac{dj_\pi(E, x)}{dx} = -\left(\frac{1}{\Lambda_\pi} + \frac{b_\pi c}{E x \cos \theta}\right) j_\pi(E, x) + \frac{z_{N\pi}}{\lambda_N} j_N(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} , \quad (4.40)$$

gde x sada označava nagibnu dubinu ($x \rightarrow x \cos \theta$). Iz (4.40) dobija se

$$j_\pi(E, x) = e^{-x/\Lambda_\pi} \frac{z_{N\pi}}{\lambda_N} j_N(E, 0) \int_0^x \left(\frac{x'}{x}\right)^{b_\pi c/E \cos \theta} \exp\left(\frac{x'}{\Lambda_\pi} - \frac{x'}{\Lambda_N}\right) dx' . \quad (4.41)$$

Za visoke energije piona, $E \gg b_\pi c$, stepeni izraz u integralu teži jedinici i (4.41) se redukuje u (4.38). Za niske energije, $E \ll b_\pi c$, stepeni izraz je zanemarljiv sem za $x' \approx x$, pa se u argumentu eksponencijalne funkcije može staviti $x' = x$; pa iz (4.41) sledi (4.39).

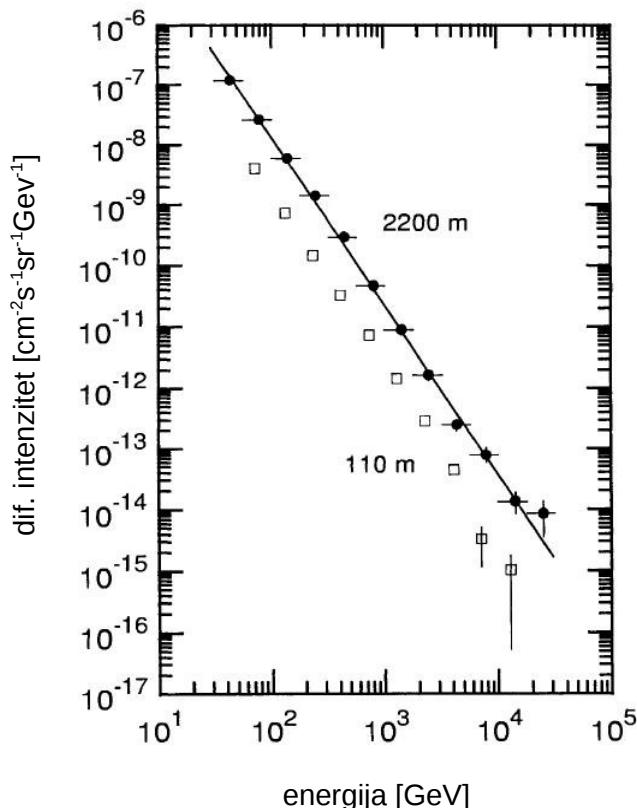


Slika 4.5 Diferencijalni intenzitet piona na atm. dubini od $5,8 \text{ g/cm}^2$ [3,38].

Rešenja kaskadnih jednačina za kaone ista su kao i za pione, pri čemu samo indeks π treba zameniti indeksom K . Na taj način može se naći ukupan vertikalni intenzitet hadrona; na visokim energijama on je

$$j_H(E, x) = j_N(E, 0) \left[e^{-x/\Lambda_N} + \frac{Z_{N\pi}}{1-Z_{NN}} \frac{\Lambda_\pi}{\Lambda_\pi - \Lambda_N} (e^{-x/\Lambda_\pi} - e^{-x/\Lambda_N}) + \frac{Z_{NK}}{1-Z_{NN}} \frac{\Lambda_K}{\Lambda_K - \Lambda_N} (e^{-x/\Lambda_K} - e^{-x/\Lambda_N}) \right] \quad (4.42)$$

Λ_K je odgovarajuća apsorpciona dužina za kaone i ima vrednost ≈ 180 g/cm².



Slika 4.6 Diferencijalni energetski spektar nanelektrisanih hadrona na nadmorskoj visini od 110 m, odnosno 2 200 m [3,39,40].

4.2.3 Elektromagnetna komponenta iz raspada neutralnih piona

Neutralni pioni imaju vrlo malo vreme života ($\approx 10^{-16}$ s) i zbog toga se raspadaju a da uopšte ne interaguju u atmosferi. Njihovim raspadom nastaju dva fotona, koji su polazne čestice elektromagnetne kaskade. Spektar generacije fotona energije E iz raspada neutralnih piona na dubini x je

$$P_\gamma(E, x) = \int_E^\infty \frac{dn_\gamma(E, E')}{dE} D_{\pi^0}(E', x) dE' , \quad (4.43)$$

gde je $dn_\gamma(E, E') / dE$ parcijalni spektar fotona nastalih raspadom piona energije E' . $D_\pi(E', x)$ je ukupan spektar generacije neutralnih piona u interakcijama nukleona i nanelektrisanih piona:

$$D_{\pi^0}(E', x) = \frac{1}{\lambda_N} j_N(E', x) z_{N\pi^0} + \frac{1}{\lambda_\pi} j_\pi(E', x) z_{\pi\pi^0} . \quad (4.44)$$

Kako je $dn_\gamma/dE = 2/E_\pi$, spektar produkције fotona је

$$\frac{dj_\gamma(E, x)}{dx} = 2 \int_E^\infty \left(\frac{z_{N\pi^0}}{\lambda_N} j_N(E', x) + \frac{z_{\pi\pi^0}}{\lambda_\pi} j_\pi(E', x) \right) \frac{dE'}{E} . \quad (4.45)$$

Kako su energetski spektri $j_N(E', x)$ i $j_\pi(E', x)$ proporcionalni $E^{-(\gamma+1)}$, dobija se

$$\frac{dj_\gamma(E, x)}{dx} = \frac{2}{\gamma+1} \left(\frac{z_{N\pi^0}}{\lambda_N} j_N(E, x) + \frac{z_{\pi\pi^0}}{\lambda_\pi} j_\pi(E, x) \right) . \quad (4.46)$$

Da bi se odredio intenzitet elektromagnetne komponente na nekoj atmosferskoj dubini potrebno je naći vezu spektra produkciјe fotona iz (4.46) sa elektromagnetskim kaskadnim jednačinama. Ove kaskadne jednačine opisuju razvoj elektromagnetskog pljuska čestica stvorenog procesima proizvodnje elektronsko-pozitronskih parova i zakočnog zračenja, kojima se početna energija fotona deli na elektrone, pozitrone i fotone elektromagnetne kaskade. Jednačine su po formi analogne jednačinama (4.23), pri čemu su $f_{ij}(E_j, E_i)$ funkcije raspodele za procese proizvodnje parova i zakočnog zračenja. Takvim rezonovanjem, uz pretpostavku da je raspodela energije stepena funkcija, diferencijalni energetski spektar elektromagnetne komponente je

$$\frac{dj_{em}(E, x)}{dE} = C K_\gamma E^{-(\gamma+1)} e^{-x/\Lambda_{em}} , \quad (4.47)$$

gde su $K_\gamma E^{-(\gamma+1)}$ početni fluks fotona na dubini $x=0$, Λ_{em} elektromagnetna atenuaciona dužina i C parametar koji pokazuje odnos broja elektrona i pozitrona prema broju fotona. Λ_{em} je povezana sa radijacionom dužinom u vazduhu i ima brojnu vrednost 85 g/cm^2 . C zavisi od spektralnog indeksa γ , i za $\gamma=1,7$ iznosi 1,18. Jednačina (4.47) pokazuje da je spektar elektromagnetne komponente opisan stepenom funkcijom a da se intenzitet eksponencijalno smanjuje u zavisnosti od Λ_{em} .

Konvolucijom (4.46) i (4.47), intenzitet elektromagnetne komponente (elektrona, pozitrona i fotona) na dubini x je

$$\begin{aligned}
j_{em}(E, x) &= C \int_0^x \frac{2}{y+1} \left(\frac{z_{N\pi^0}}{\lambda_N} j_N(E, x') + \frac{z_{\pi\pi^0}}{\lambda_\pi} j_\pi(E, x') \right) \exp\left(-\frac{x-x'}{\Lambda_{em}}\right) dx' \\
&= \frac{2}{y+1} C j_N(E, 0) L(x) e^{-x/\Lambda_{em}} , \tag{4.48}
\end{aligned}$$

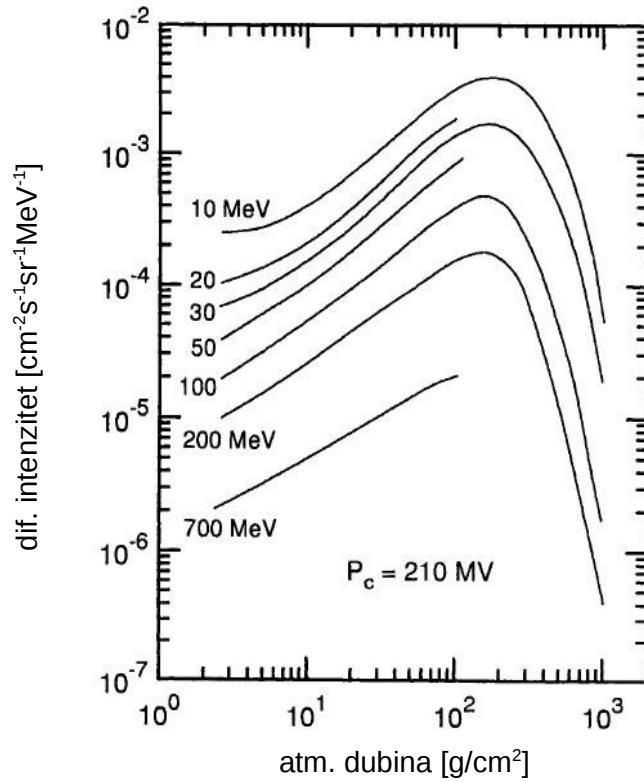
gde je

$$L(x) = \frac{z_{N\pi^0} \Lambda_N'}{\lambda_N} (e^{x/\Lambda_N'} - 1) + \frac{z_{\pi\pi^0}}{1-z_{NN}} \frac{z_{\pi\pi^0} \Lambda_\pi}{\lambda_\pi (\Lambda_\pi - \Lambda_N)} [\Lambda_\pi' (e^{x/\Lambda_\pi'} - 1) - \Lambda_N' (e^{x/\Lambda_N'} - 1)] . \tag{4.49}$$

Kombinovane atenuacione dužine su:

$$\frac{1}{\Lambda_N'} \equiv \frac{1}{\Lambda_{em}} - \frac{1}{\Lambda_N} \approx 290 \text{ g/cm}^2, \text{ odnosno}$$

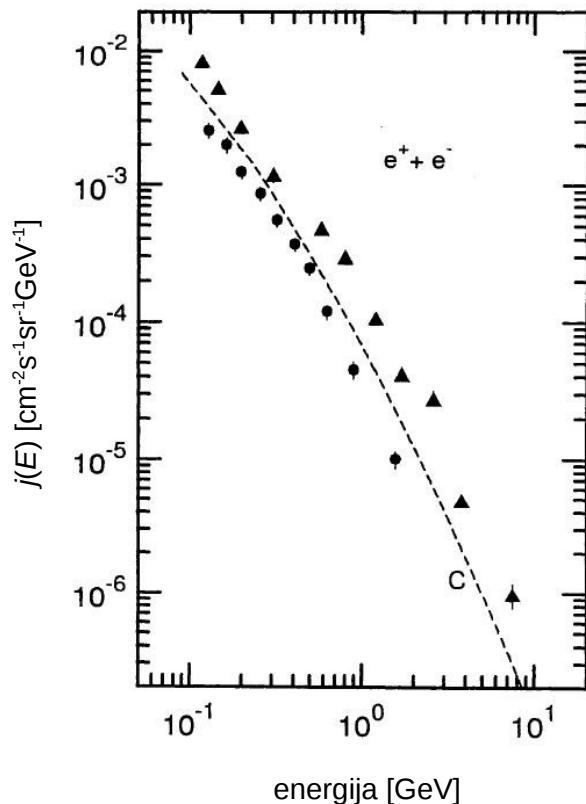
$$\frac{1}{\Lambda_\pi'} \equiv \frac{1}{\Lambda_{em}} - \frac{1}{\Lambda_\pi} \approx 180 \text{ g/cm}^2.$$



Slika 4.7 Intenzitet elektrona u zavisnosti od atmosferske dubine [3,41].

$j_{em}(E, x)$ brzo raste sa povećanjem x (za male vrednosti x praktično linearno) i dostiže maksimum za $x \approx 100 \text{ g/cm}^2$, a potom eksponencijalno opada da bi na nivou mora intenzitet bio vrlo mali. Na visokim energijama, iznad 1 TeV, energetski spektar postaje strmiji ($\gamma \geq 2$), pa stvarni intenzitet elektromagnetne komponente odstupa (manji je) od intenziteta dobijenog iz

(4.48). Intenzitet niskoenergetske elektromagnetne komponente, sa energijom nižom od nekoliko GeV, takođe nije dobro opisan formulom (4.48) jer spektar generacije piona nije prosta stepena funkcija. U tom slučaju, može se izvršiti jednostavna popravka intenziteta ako se uzme nešto manja vrednost eksponenta γ za niže energije: $\gamma=1,6$ za $100 \text{ MeV} < E < 10 \text{ GeV}$). Ova popravka je opravdana jer, prvo, promena spektra piona sa smanjenjem energije nije velika i, drugo, doprinos fluksu elektrona je približno proporcionalan energiji piona.



Slika 4.8 Teorijski i eksperimentalni diferencijalni energetski spektar elektrona i pozitrona [3,41,42,43].

4.3 Mioni u atmosferi

Mioni imaju dugo vreme života ($\approx 2,2 \mu\text{s}$) i mali efikasni presek za nuklearne interakcije, tako da ih odlikuje velika prodornost u atmosferi. Kako imaju veliku energiju, tj. brzine su im vrlo bliske c , njihov srednji slobodni put usled raspada je vrlo veliki (za $v = 0,999c$ iznosi 14,75 km). Zato najveći deo miona uspeva da prođe kroz atmosferu, što ih čini dominantnom komponentom kosmičkog zračenja duboko u atmosferi (na malim nadmorskim visinama), kao i pod zemljom. Zbog toga je od posebnog značaja proučavanje mionske komponente kosmičkog

zračenja i određivanje njihovog intenziteta i energetskog spektra nisko u atmosferi i na nivou mora, čime bi se mogla naći veza sa primarnim kosmičkim zračenjem, a samim tim i njegov intenzitet i spektar.

4.3.1 Producija i intenzitet miona iz raspada mezona

Jednačina (4.43) daje spektar produkcije fotona u atmosferi iz raspada neutralnih piona, kao poseban slučaj produkcije čestice u raspadu samo jedne čestice-roditelja. Kod miona situacija je nešto složenija, oni su proizvod raspada nanelektrisanih piona ili nanelektrisanih kaona i stoga oba ova procesa daju svoj doprinos ukupnom spektru produkcije miona. Analogno jednačini (4.43), spektar generacije miona, sa energijom E i na atmosferskoj dubini x , je

$$P_\mu(E, x) = \int_{E_{min, \pi}}^{E_{max, \pi}} \frac{dn_{\mu\pi}(E, E')}{dE} D_\pi(E', x) dE' + \int_{E_{min, K}}^{E_{max, K}} \frac{dn_{\mu K}(E, E')}{dE} D_K(E', x) dE' . \quad (4.50)$$

$dn_{\mu\pi}(E, E')/dE$ i $dn_{\mu K}(E, E')/dE$ su diferencijalni spektri miona iz raspada mezona čija je energija E' . Za relativističke čestice ovi spektri su, respektivno:

$$\frac{dn_{\mu\pi}(E, E')}{dE} = \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \frac{1}{E'} , \quad \frac{dn_{\mu K}(E, E')}{dE} = \frac{0,635 m_K^2}{m_K^2 - m_\mu^2} \frac{1}{E'} . \quad (4.51)$$

Spektar kaona množi se proporcionalnim udelom kanala $K \rightarrow \mu\nu$ u raspadu nanelektrisanih kaona i on je 0,635. $D_\pi(E', x)$ i $D_K(E', x)$ su spektri piona i kaona energije E' na dubini x , otežinjeni konstantama raspada. Za proizvoljne pravce kretanja čestica x predstavlja nagibnu dubinu, pa su $D_\pi(E', x)$ i $D_K(E', x)$:

$$D_\pi(E', x) = \frac{b_\pi c}{E' x \cos \theta} j_\pi(E', x) , \quad D_K(E', x) = \frac{b_K c}{E' x \cos \theta} j_K(E', x) , \quad (4.52)$$

gde su intenziteti mezona $j_\pi(E', x)$ i $j_K(E', x)$ dati relacijom (4.41) (analogan izraz je i za kaone). E_{min} i E_{max} su minimalna i maksimalna energija koju mezon treba da ima da bi se stvorio mion sa energijom E . U slučaju relativističkih čestica je $E_{min, \pi} = E$ i $E_{max, \pi} = (m_\pi^2/m_\mu^2)E$ za pione, odnosno $E_{min, K} = E$ i $E_{max, K} = (m_K^2/m_\mu^2)E$ za kaone. Smenom (4.51) i (4.52) u (4.50) dobija se

$$P_\mu(E, x) = \frac{1}{1 - r_\pi} \frac{b_\pi c}{x \cos \theta} \int_E^{E/r_\pi} \frac{j_\pi(E', x)}{E'} \frac{dE'}{E'} + 0,635 \frac{b_K c}{1 - r_K} \frac{1}{x \cos \theta} \int_E^{E/r_K} \frac{j_K(E', x)}{E'} \frac{dE'}{E'} , \quad (4.53)$$

gde su $r_\pi = m_\mu^2/m_\pi^2$ i $r_K = m_\mu^2/m_K^2$. Ova jednačina važi u aproksimaciji ravne Zemlje ($\theta < 60^\circ$).

Intenzitet miona dobija se rešavanjem jednačine:

$$\frac{dj_\mu(E,x)}{dx} = -\left(\frac{1}{\lambda_\mu} + \frac{1}{d_\mu}\right) j_\mu(E,x) + P_\mu(E,x) . \quad (4.54)$$

Za visoke energije čestica, $E >> b_\mu c$ ($b_\mu = 1 \text{ GeV}/c$), raspad i interakcije, odnosno gubitak energije, miona (opisani konstantama d_μ i λ_μ) mogu se zanemariti. U tom slučaju intenzitet miona, u funkciji energije E i atmosferske dubine x , je

$$\frac{dj_\mu(E,x)}{dE} = \int_0^x P_\mu(E,x') dx' . \quad (4.55)$$

Ako je x mnogo veće od apsorpcionih dužina mezona Λ (duboko u atmosferi, na malim visinama), za gornju granicu integracije može se uzeti ∞ , tj. integraliti po svim atmosferskim dubinama. Sem toga, atenuacioni član $\exp(-x/\Lambda)$ u izrazima za $j_\pi(E,x)$ i $j_K(E,x)$ ravan je jedinici. Sa tim aproksimacijama, diferencijani energetski spektar miona je

$$\frac{dj_\mu(E)}{dE} = j_N(E,0) \left(\frac{1}{1-r_\pi} \frac{z_{N\pi} b_\pi c}{E \cos \theta} I_\pi(E) + \frac{0,635}{1-r_K} \frac{z_{NK} b_K c}{E \cos \theta} I_K(E) \right) . \quad (4.56)$$

$I_\pi(E)$ i $I_K(E)$ su funkcije energije, sa parametrima Λ :

$$I_j(E) = \frac{\Lambda_j}{\lambda_N} \int_1^{1/r_j} \frac{dt}{t^{\gamma+2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\Lambda_j/\Lambda_N - 1)^2}{(n+1)t + b_j c (E \cos \theta)^{-1}} , \quad (4.57)$$

$j = \pi, K$. Kao što se vidi, intenzitet miona može se samo približno odrediti. Za niske, odnosno visoke energije, $I_j(E)$ su, respektivno:

$$I_j(E) = \frac{1}{\gamma+1} \frac{\Lambda_N}{\lambda_N} (1 - r_j^{\gamma+1}) \frac{E \cos \theta}{b_j c} ,$$

$$I_j(E) = \frac{1}{\gamma+2} \frac{\Lambda_N}{\lambda_N} (1 - r_j^{\gamma+2}) \frac{\Lambda_j}{\Lambda_j - \Lambda_N} \ln \frac{\Lambda_j}{\Lambda_N} , \quad (4.58)$$

$j = \pi, K$. Kombinovanjem izraza za niske i visoke energije, približan intenzitet miona je

$$\frac{dj_\mu(E)}{dE} \simeq \frac{j_N(E,0)}{1-z_{NN}} \left(\frac{\Lambda_\pi}{1 + B_\pi \frac{E \cos \theta}{b_\pi c}} + \frac{0,635 \Lambda_K}{1 + B_K \frac{E \cos \theta}{b_K c}} \right) , \quad (4.59)$$

gde su

$$A_j \equiv \frac{Z_{Nj}}{\gamma+1} \frac{1 - r_j^{\gamma+1}}{1 - r_j} \quad \text{i}$$

$$B_j \equiv \frac{\gamma+2}{\gamma+1} \frac{1 - r_j^{\gamma+1}}{1 - r_j^{\gamma+2}} \frac{\Lambda_j - \Lambda_N}{\Lambda_j \ln(\Lambda_j / \Lambda_N)} , \quad (4.60)$$

$j = \pi, K$. Zamenom vrednosti za $\gamma, \Lambda_\pi, \Lambda_K, b_\pi, b_K$ i z dobijaju se prvo parametri A_π, A_K, B_K i B_π , a zatim, sменом $j_N(E, 0)$, m_π и m_K , и intenzitet, односно diferencijalni energetski spektar, miona [2]:

$$\frac{dj_\mu(E)}{dE} \simeq 0,14 E^{-2,7} \left(\frac{1}{1+1,1 \frac{E \cos \theta}{115 \text{ GeV}}} + \frac{0,054}{1+1,1 \frac{E \cos \theta}{850 \text{ GeV}}} \right) \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{GeV}^{-1}, \quad (4.61)$$

pri čemu je energija E u GeV.

Diferencijalni spektar miona na energijama $E < b_\pi c$ ($b_\pi = 115 \text{ GeV}/c$) prati formu stepene funkcije spektra primarnog kosmičkog zračenja, proporcionalnog $E^{-2,7}$, i ne zavisi od zenitnog ugla θ ; to je zato što se svi pioni raspadaju na mione. Na energijama iznad $b_\pi c$, spektar postaje strmiji za jedan stepen deobom sa energijom E u imeniocu, što je posledica činjenice da pioni imaju dovoljno veliku energiju da prođu kroz atmosferu bez raspada i da je proces interakcije u atmosferi verovatniji. Sa druge strane, pioni i kaoni viših energija koji se kreću pod većim uglovima, zbog faktora $\cos \theta$ u izrazu, uspevaju da se raspadnu, pa je stoga i spektar miona na većim zenitnim uglovima ravniji nego spektar vertikalnog fluksa miona. Drugim rečima, intenzitet miona je veći za veće uglove θ , za datu energiju, usled činjenice da je pionima i kaonima koji dolaze koso u odnosu na vertikalni pravac potrebno više vremena da prođu kroz datu atmosfersku dubinu nego česticama koje se kreću u vertikalnom pravcu. Samim tim je proces raspada mezona favorizovan u odnosu na interakcione procese, što je uzrok povećanju intenziteta miona u odnosu na vertikalni intenzitet. Takođe, sa porastom energije udeo kaona u mionskom fluksu postaje značajniji – na niskim energijama oko 5 % miona je iz raspada kaona, na 1 TeV oko 19 %, da bi se taj udeo asimptotski povećao do 27 %.

Upoređujući vertikalni intenzitet miona iz relacije (4.61), za $\cos \theta = 1$, sa eksperimentalno izmerenim intenzitetom [44,45], vidi se da je slaganje dobro za energije miona iznad 10 GeV (slika 4.7). Na energijama ispod 10 GeV dolaze do izražaja raspad i gubici energije miona na različite procese, pa je stvarni fluks miona manji nego što daje formula (4.61). Sem toga, spektar piona na tim energijama nije više prosta stepena funkcija, već na nekoj energiji ima maksimum a ispod nje opada; brojna vrednost te energije zavisi od nadmorske visine i geomagnetne širine. Analitička formula za intenzitet miona u (4.61) može se proširiti i dopuniti i na mione niskih energija numerički određenim vrednostima intenziteta za različite vrednosti energije i zenitnog ugla, korišćenjem različitih modela hadronskih interakcija. Rezultati takve dve kalkulacije date su u [36] i [46]. Razlika teorijskog i eksperimentalnog intenziteta vidljivija je u slučajevima većih zenitnih uglova. Tada je pređeni put kroz atmosferu takvih miona $1/\cos \theta$ puta veći nego za vertikalne mione, pa onda i mioni nižih i srednjih energija, do 100 GeV, mogu da se apsorbu ili

raspadnu u atmosferi. Zbog toga se javlja znatno smanjenje fluksa na nižim energijama, a istovremeno raste srednja energija – spektar postaje tvrđi.

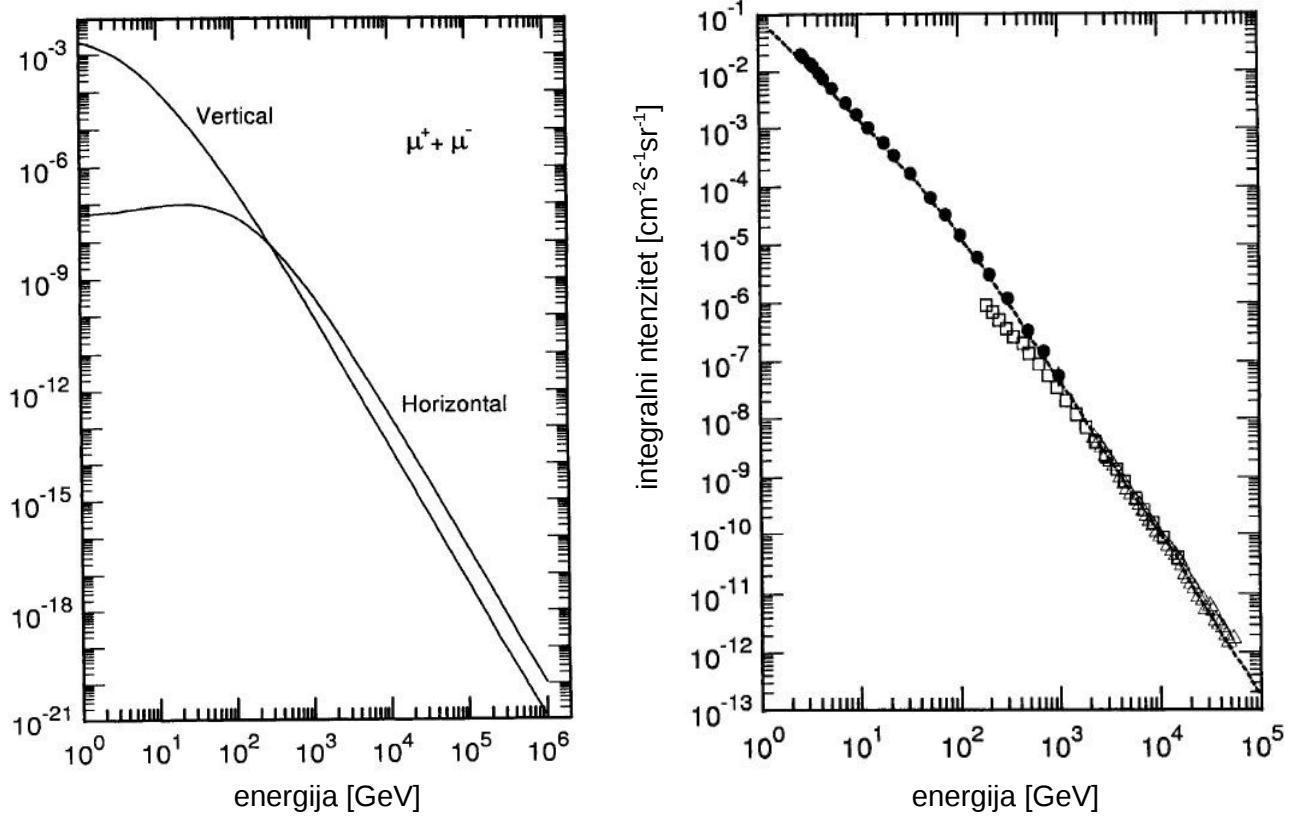
Kako mioni koji dolaze pod većim zenitnim uglovima imaju višu energiju, njihovi ionizacioni gubici su približno konstantni. Stoga i verovatnoća preživljavanja miona vrlo slabo zavisi od zenitnog ugla, pa raspodela intenziteta u funkciji od ugla θ ima formu integralnog spektra rezidualnog dometa koji je proporcionalan $\cos^n\theta$ ($n \approx 2$) [47]. Eksperimentalno dobijena raspodela integralnog intenziteta miona sa impulsom većim od p u zavisnosti od ugla θ , pri čemu je $\theta \leq 75^\circ$, je

$$j(\theta; > p) = j(\theta=0; > p) \cos^n \theta , \quad (4.62)$$

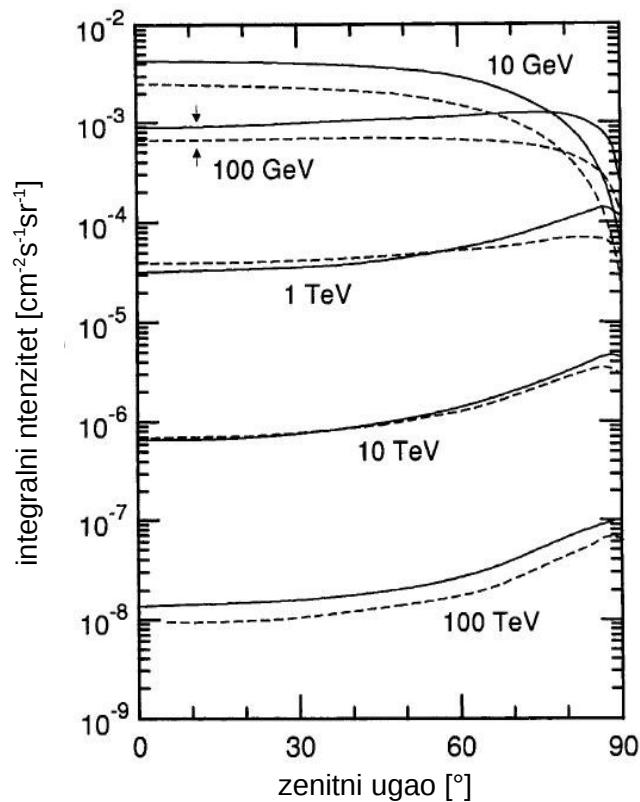
pri čemu eksponent n zavisi od impulsa (energije) miona [48,49]; srednja vrednost za mione energije reda 1 GeV na nivou mora je $n \approx 1,85$. Na niskim energijama verovatnoća preživljavanja proporcionalna je $\cos\theta$ pa je n nešto veće od 2.

Tabela 4.2 Intenzitet miona iz kosmičkog zračenja u funkciji od zenitnog ugla [36].

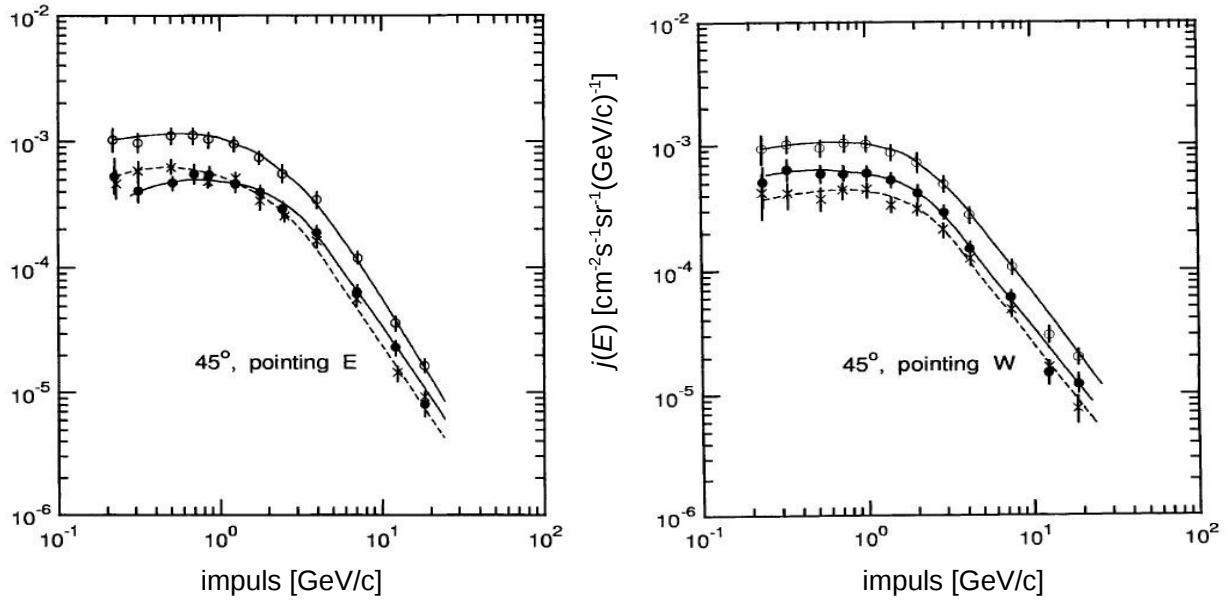
E_μ [GeV]	$dn_\mu/d(\ln E_\mu)$ [cm ⁻² s ⁻¹ sr ⁻¹]					
	cosθ=1	cosθ=0,75	cosθ=0,5	cosθ=0,25	cosθ=0,15	cosθ=0,05
1	$4,03 \cdot 10^{-3}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$3,78 \cdot 10^{-4}$	$3,15 \cdot 10^{-5}$	$2,49 \cdot 10^{-6}$	$7,16 \cdot 10^{-7}$
2	$4,11 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$6,59 \cdot 10^{-4}$	$6,41 \cdot 10^{-5}$	$1,27 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-6}$
3	$3,59 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$7,47 \cdot 10^{-4}$	$9,46 \cdot 10^{-5}$	$2,38 \cdot 10^{-5}$	$1,68 \cdot 10^{-6}$
5	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-4}$	$1,43 \cdot 10^{-4}$	$3,44 \cdot 10^{-5}$	$2,92 \cdot 10^{-6}$
10	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$6,19 \cdot 10^{-4}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$	$6,27 \cdot 10^{-5}$	$5,47 \cdot 10^{-6}$
20	$5,29 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$	$3,51 \cdot 10^{-4}$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-5}$	$9,97 \cdot 10^{-6}$
30	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$2,60 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$6,37 \cdot 10^{-5}$	$1,24 \cdot 10^{-5}$
50	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$7,46 \cdot 10^{-5}$	$4,97 \cdot 10^{-5}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$
100	$2,94 \cdot 10^{-5}$	$3,22 \cdot 10^{-5}$	$3,39 \cdot 10^{-5}$	$3,09 \cdot 10^{-5}$	$2,50 \cdot 10^{-5}$	$1,11 \cdot 10^{-5}$
200	$6,45 \cdot 10^{-6}$	$7,51 \cdot 10^{-6}$	$8,9 \cdot 10^{-6}$	$9,97 \cdot 10^{-6}$	$9,48 \cdot 10^{-6}$	$6,27 \cdot 10^{-6}$
300	$2,54 \cdot 10^{-6}$	$3,04 \cdot 10^{-6}$	$3,73 \cdot 10^{-6}$	$4,73 \cdot 10^{-6}$	$4,75 \cdot 10^{-6}$	$3,76 \cdot 10^{-6}$
500	$7,33 \cdot 10^{-7}$	$9,17 \cdot 10^{-7}$	$1,19 \cdot 10^{-6}$	$1,70 \cdot 10^{-6}$	$1,77 \cdot 10^{-6}$	$1,69 \cdot 10^{-6}$
1000	$1,30 \cdot 10^{-7}$	$1,66 \cdot 10^{-7}$	$2,29 \cdot 10^{-7}$	$3,69 \cdot 10^{-7}$	$3,99 \cdot 10^{-7}$	$4,58 \cdot 10^{-7}$
2000	$2,24 \cdot 10^{-8}$	$2,92 \cdot 10^{-8}$	$4,09 \cdot 10^{-8}$	$7,02 \cdot 10^{-8}$	$7,85 \cdot 10^{-8}$	$1,01 \cdot 10^{-7}$
3000	$7,66 \cdot 10^{-9}$	$9,82 \cdot 10^{-9}$	$1,4 \cdot 10^{-8}$	$2,63 \cdot 10^{-8}$	$2,91 \cdot 10^{-8}$	$3,87 \cdot 10^{-8}$
5000	$1,96 \cdot 10^{-9}$	$2,89 \cdot 10^{-9}$	$3,84 \cdot 10^{-9}$	$7,32 \cdot 10^{-9}$	$7,87 \cdot 10^{-9}$	$1,10 \cdot 10^{-8}$



Slika 4.9 Diferencijalni (levo) i integralni (desno) energetski spektri miona na nivou mora [3,44,46,50,51]. Teorijski plot na slici desno je iz (4.61).



Slika 4.10 Diferencijalni spektar miona u funkciji od zenitnog ugla [3,52].



Slika 4.11 Diferencijalni impulsni spektar pozitivnih (●), negativnih (x) i svih (○) miona na nivou mora, za zenitni ugao 45° , iz pravca istoka (levo), odnosno zapada (desno) [3,53].

Na putanje nanelektrisanih čestica čiji su pravci kretanja skoro horizontalni ($\theta \geq 80^\circ$) utiče u izvesnoj meri magnetno polje Zemlje, i sledstveno tome i njihov intenzitet je izmenjen. Ako se jednostruko nanelektrisana čestica impulsa p kreće u magnetnom polju Zemlje, čija je normalna komponenta indukcije B_T , radijus krivine njene putanje je

$$r = \frac{pc}{300 B_T} . \quad (4.63)$$

Dužina puta miona kroz atmosferu, koji se kreće pod uglom θ u odnosu na vertikalni pravac, približno je jednaka

$$l = \frac{\bar{h}_0}{\cos \theta} \ln \frac{X_0}{L \cos \theta} , \quad (4.64)$$

gde su $\bar{h}_0 = 6$ km srednja vrednost skalirane visine atmosfere, $X_0 = 37$ g/cm² radijaciona jedinica dužine i L atmosferska dubina na kojoj je mion nastao. Za $\theta = 80^\circ$ dužina puta l je oko 10 km. Ugao skretanja miona je

$$\varphi = \frac{l}{r} , \quad (4.65)$$

i iznosi nekoliko stepeni za mione sa energijom od nekoliko desetina GeV. Znak ugla skretanja φ zavisi od znaka nanelektrisanja miona. Ako čestice dolaze sa istoka dužina puta pozitivnih miona veća je od dužine puta negativnih miona, ako dolaze sa zapada situacija je obrnuta. Ovo odstupanje, izazvano delovanjem magnetnog polja, dovodi do sledećih efekata: čestice čiji su

pređeni putevi duži imaju višu početnu energiju, a takođe je i njihova verovatnoća preživljavanja manja. Oba efekta dovode do smanjenja intenziteta onih čestica koje se kreću dužim putevima: pozitivnih miona ako je pravac kretanja istok – zapad, odnosno negativnih miona ako je pravac kretanja zapad – istok. Drugim rečima, fluks miona koji dolaze sa istoka ima višak negativnih miona, a fluks miona koji dolaze sa zapada ima višak pozitivnih miona.

4.3.2 Odnos broja pozitivnih i broja negativnih miona

Primarno kosmičko zračenje sastoji se gotovo potpuno od pozitivno nanelektrisanih čestica. Ovaj višak pozitivnog nanelektrisanja modifikuje se fluksom sekundarnih čestica nastalim u interakcijama u atmosferi, zbog simetrije nanelektrisanja u mehanizmima produkcije čestica. Ako je broj pozitivnih miona n_+ a broj negativnih miona n_- , relativni višak nanelektrisanja je

$$s = \frac{n_{\mu^+} - n_{\mu^-}}{n_{\mu^+} + n_{\mu^-}} \equiv \frac{j_{\mu^+} - j_{\mu^-}}{j_{\mu^+} + j_{\mu^-}} . \quad (4.66)$$

Intenziteti posebno pozitivnih, odnosno negativnih miona, mogu se naći ako se uzme u obzir da pozitivni mioni nastaju raspadom pozitivnih piona a negativni mioni raspadom negativnih piona. Intenzitet negativnih piona dobija se ako se kaskadna jednačina (4.36) preformuliše na sledeći način:

$$\begin{aligned} \frac{dj_{\pi^+}(E, x)}{dx} = & - \left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi} \right) j_{\pi^+}(E, x) + \frac{z_{\pi^+ \pi^+}}{\lambda_\pi} j_{\pi^+}(E, x) + \frac{z_{\pi^- \pi^+}}{\lambda_\pi} j_{\pi^-}(E, x) \\ & + \frac{z_{p \pi^+}}{\lambda_N} j_p(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} + \frac{z_{n \pi^+}}{\lambda_N} j_n(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} . \end{aligned} \quad (4.67)$$

Slično se dobija intenzitet negativnih piona:

$$\begin{aligned} \frac{dj_{\pi^-}(E, x)}{dx} = & - \left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi} \right) j_{\pi^-}(E, x) + \frac{z_{\pi^- \pi^-}}{\lambda_\pi} j_{\pi^-}(E, x) + \frac{z_{\pi^+ \pi^-}}{\lambda_\pi} j_{\pi^+}(E, x) \\ & + \frac{z_{p \pi^-}}{\lambda_N} j_p(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} + \frac{z_{n \pi^-}}{\lambda_N} j_n(E, 0) e^{-x/\Lambda_N} . \end{aligned} \quad (4.68)$$

Ako se od (4.67) oduzme (4.68), i uz smenu $\Delta_\pi = j_{\pi^+} - j_{\pi^-}$ i $\Delta_N = j_p - j_n$, dobija se

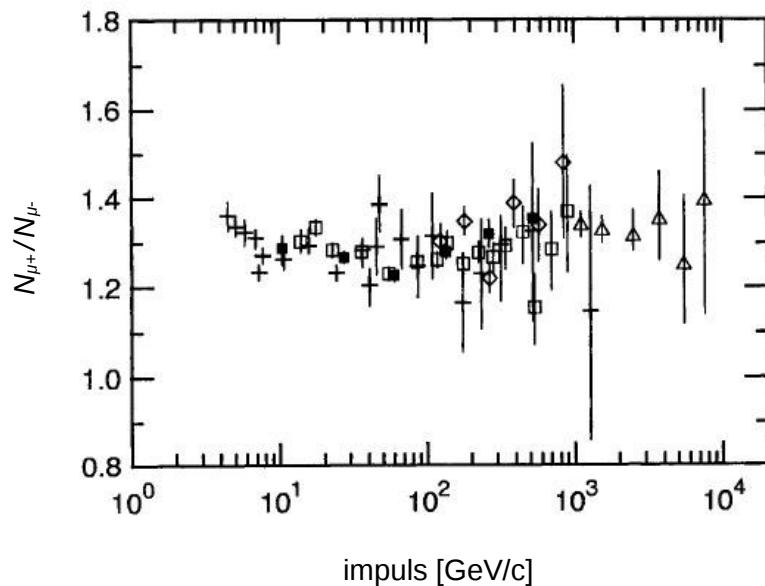
$$\frac{d\Delta_\pi}{dx} = - \left(\frac{1}{\lambda_\pi} + \frac{1}{d_\pi} \right) \Delta_\pi + \frac{z_{\pi^+ \pi^+} - z_{\pi^+ \pi^-}}{\lambda_\pi} \Delta_\pi + \frac{z_{p \pi^+} - z_{p \pi^-}}{\lambda_N} \Delta_N , \quad (4.69)$$

pri čemu skupovi težinskih faktora $z_{\pi\pi}$, $z_{p\pi}$ i $z_{n\pi}$ zadovoljavaju izospinsku simetriju ($\pi^+ \pi^+ \leftrightarrow \pi^- \pi^-$, $\pi^+ \pi^- \leftrightarrow \pi^- \pi^+$, $p\pi^+ \leftrightarrow n\pi^-$, $p\pi^- \leftrightarrow n\pi^+$). Iz (4.69) se dobija odnos broja pozitivnih i negativnih miona za niskoenergetske mione iz raspada piona [54]:

$$K_\mu \equiv \frac{j_{\mu^+}}{j_{\mu^-}} = \frac{1 + \delta_0 A B}{1 - \delta_0 A B} , \quad (4.70)$$

gde su δ_0 relativni višak protona na vrhu atmosfere, $A \equiv \frac{z_{p\pi^+} - z_{p\pi^-}}{z_{p\pi^+} + z_{p\pi^-}}$ i $B \equiv \frac{1 - z_{pp} - z_{nn}}{1 - z_{pp} + z_{nn}}$.

Brojna vrednost K_μ zavisi od parametra A i zato je vrlo bitno precizno odrediti težinske faktore z_{pn} . Ako je meta pojedinačni nukleon $K_\mu \approx 1,46$, a ako je meta jezgro masenog broja 14,5 $K_\mu \approx 1,22$. Eksperimentalna vrednost za niskoenergetske mione (< 100 GeV) je približno 1,3. Na višim energijama doprinos kaona mionskom fluksu postaje bitan; analiza postaje komplikovanija jer je $z_{pK} > z_{nK}$. Zbog toga je odnos broja pozitivnih i negativnih kaona veći od odnosa broja pozitivnih i negativnih piona, pa je samim tim i odnos broja pozitivnih i negativnih miona na višim energijama nešto veći i ide do 1,4.



Slika 4.12 Odnos broja pozitivnih i broja negativnih miona na nivou mora [3,55,56,57,58,59].

4.3.3 Meka elektronska komponenta iz interakcija i raspada miona

U nižim slojevima atmosfere, i naročito na nivou mora, meka elektromagnetna komponenta sekundarnog kosmičkog zračenja u osnovi se sastoji od elektrona koji su proizvod procesa ionizacije atoma vazduha mionima (δ -elektroni) ili su proizvod raspada miona. Ukupan fluks meke komponente na nivou mora iznosi 35 – 40 % fluksa miona [48,60].

Verovatnoća da se u interakciji relativističkog miona kreira jedan δ -elektron sa energijom E dobija se iz (3.10):

$$P_k(E_\mu, E) dE = K \frac{dE}{E^2} \left[1 - \frac{E}{E_m} + \frac{1}{2} \left(\frac{E}{E_\mu} \right)^2 \right] , \quad (4.71)$$

gde je $K = 0,153 \frac{Z}{A}$ g⁻¹cm². Maksimalna energija koju mion može da preda elektronu je

$$E_m \approx \frac{E_\mu^2}{E_\mu + m_\mu^2 c^2 / 2 m_e} , \quad (4.72)$$

pri čemu je uzeto da je $m_e^2 < m_\mu^2$. Ako su E_μ i E_m znatno veći od $m_\mu c^2$ i E , broj δ -elektrona sa energijom u intervalu $(E, E+dE)$, a koji se odnose na mion energije E_μ , je

$$\begin{aligned} n_{e,k}(E_\mu, E) dE &= \int_E^{E_m} dE_0 P_k(E_\mu, E_0) Z(E_0, E) \\ &= K X_0 \frac{dE}{2,3 [E + (\varepsilon_0/2,3)]^2} \left[\ln \left(\frac{E_m}{E} \right) - 1 + \left(\frac{E_m}{E_\mu} \right)^2 \right] , \end{aligned} \quad (4.73)$$

gde su X_0 radijaciona jedinica dužine i ε_0 kritična energija, a $Z(E_0) = (E_0/\varepsilon_0)X_0$. Analogno, ukupan broj δ -elektrona je

$$\begin{aligned} N_{e,k}(E_\mu) &= \int_0^{E_m} dE_0 P_k(E_\mu, E_0) Z(E_0) \\ &\approx \frac{K X_0}{\varepsilon_0} \left[\ln \left(\frac{E_m}{E_0} \right) - 1 + \left(\frac{E_m}{E_\mu} \right)^2 \right] , \end{aligned} \quad (4.74)$$

Energetski spektar elektrona se dobija integracijom po svim energijama miona E_μ . Pošto se funkcija $n_{e,k}(E_\mu, E)$ sporo menja sa promenom E_μ , integral se može približno odrediti; intenzitet δ -elektrona je onda

$$j_{e,k}(E) = \frac{K X_0 j_\mu^{(0)}}{2,3 [E + (\varepsilon_0/2,3)]^2} \left(\frac{2 m_e c^2}{E} \right)^{\frac{\gamma}{2}} . \quad (4.75)$$

Spektar (4.75) zavisi od energije približno po zakonu $E^{-2-\gamma/2}$, i za $\gamma \approx 1,8$ ima oblik analogan spektru miona.

Totalni fluks δ -elektrona dobija se ako je poznata ukupna dužina puta miona x :

$$j_{e,k}(E>0, x) = \langle N_{e,k}(E_\mu) \rangle \int_{E_{min}}^{\infty} j_\mu(E_\mu, x) dE_\mu . \quad (4.76)$$

E_{min} je minimalna energija koju treba da ima mion da bi energija jonizovanih elektrona bila iznad praga za detekciju. Ako je energetska prag 5 MeV, E_{min} je približno 230 MeV. To znači da mioni koji su odgovorni za obrazovanje δ -elektrona čine tvrdnu komponentu kosmičkog zračenja. Zbog

toga je intenzitet δ -elektrona proporcionalan intenzitetu tvrde komponente. Kako je srednja energija miona na nivou mora 1 GeV a maksimalni transfer energije elektronu oko 100 MeV, fluks δ -elektrona je

$$j_{e,k}(E>0, x) = \frac{KX_0}{\varepsilon_0} \left[\ln\left(\frac{E_m}{E}\right) - 1 \right] j_\mu(E>E_{min}, x) \approx 0,07 j_\mu(x) . \quad (4.77)$$

Drugi izvor niskoenergetskih elektrona u atmosferi je proces raspada miona. Najjednostavnijim razmatranjem, izostavljajući složenu kinematiku raspada, može se približno oceniti intenzitet ovih elektrona. Srednja energija elektrona iz raspada miona jednaka je $1/3$ energije miona. Smenom $E_\mu = 3E_e$, intenzitet miona koji daju elektrone sa energijom u intervalu $(E_e, E_e + dE_e)$ je

$$j_\mu(E_\mu) dE_\mu = j_\mu(3E_e) 3dE_e . \quad (4.78)$$

Brzina raspada miona energije E_μ je

$$\frac{b_\mu}{p_\mu x} \approx \frac{b_\mu c}{3E_e x} . \quad (4.79)$$

Zbog toga što brzina raspada zavisi od energije, spektralni indeks energetskog spektra elektrona na energijama iznad kritične energije ε_0 veći je za 2 u poređenju sa spektrom miona. Intenzitet elektrona iz raspada je

$$j_{e,d}(E>0, x) = \frac{X_0}{x} \frac{b_\mu c}{3\varepsilon_0} j_\mu(E>3\varepsilon_0, x) \approx 0,20 \left(\frac{x_0}{x} \right) j_\mu(x) , \quad (4.80)$$

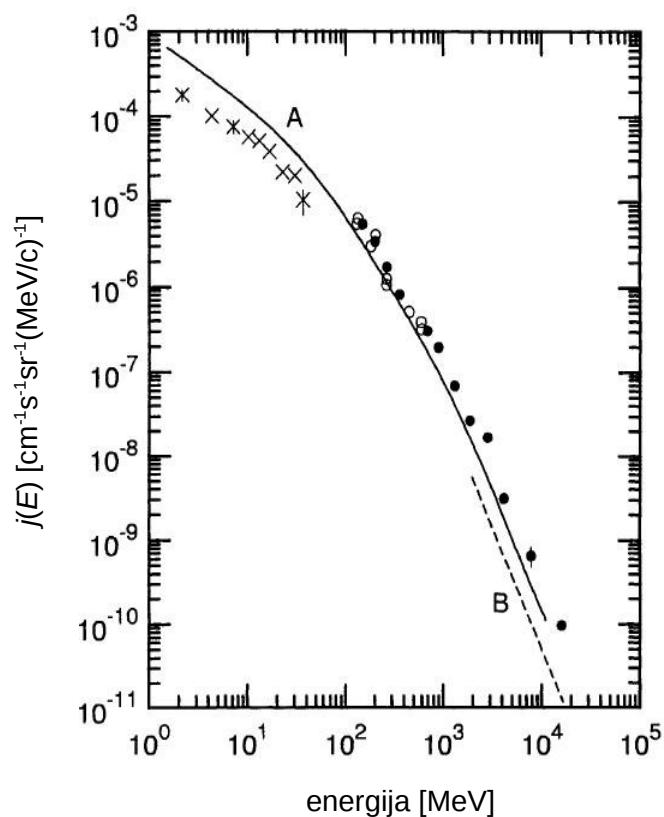
gde je $x_0 = 1030 \text{ g/cm}^2$ atmosferska dubina na nivou mora.

Sumirajući doprinose različitih procesa, intenzitet niskoenergetske meke elektronske komponente, na malim nadmorskim visinama, je

$$j_e(x) = j_{e,k}(x) + j_{e,d}(x) \approx \left[0,07 + 0,20 \left(\frac{x_0}{x} \right) \right] j_\mu(x) . \quad (4.81)$$

Sa porastom nadmorske visine, intenzitet $j_e(x)$ postaje dodatno veći zbog sada već nezanemarljivog udela elektrona iz raspada neutralnih piona. Tada se jednačina (4.81) jednostavno dopunjuje sabirkom koji predstavlja ovaj ideo i koji može da se proceni iz (4.48);

dobija se da je on približno $6 \cdot 10^{-4} \exp\left(\frac{x_0 - x}{\Lambda_{em}}\right) \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$.

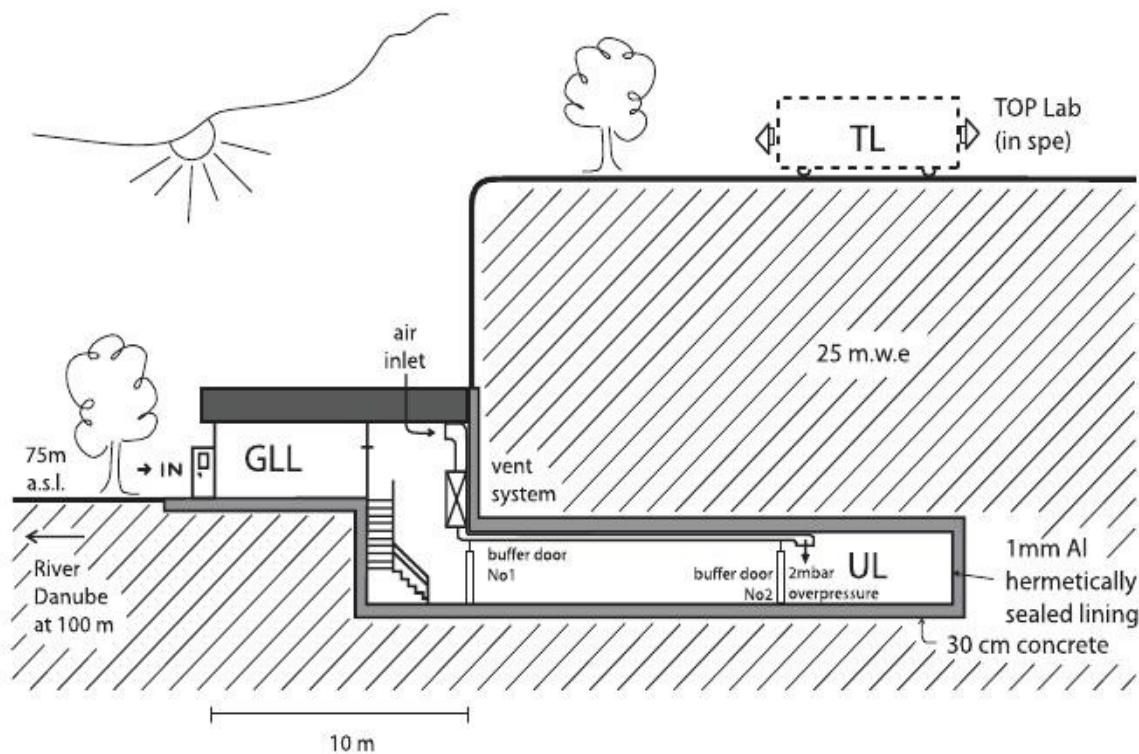


Slika 4.13 Diferencijalni energetski spektar elektrona i pozitrona na nivou mora [3,41,42,61].

Eksperimentalni rezultati su iz [42] i [61], teorijski plot je iz [41].

5 MERENJE INTENZITETA MIONA IZ KOSMIČKOG ZRAČENJA U NISKOFONSKOJ LABORATORIJI INSTITUTA ZA FIZIKU

U Niskofonskoj laboratoriji Instituta za fiziku se od 2002. godine kontinuirano monitoriše i meri intenzitet kosmičkog zračenja. Geografski položaj laboratorije je takav da se kosmičko zračenje koje se detektuje u osnovi sastoji od mionske tvrde komponente, uz izvestan procenat meke komponente. Osnovne informacije o geografskom položaju su: geografska širina $44^{\circ} 51' N$, geografska dužina $20^{\circ} 23' E$, nadmorska visina 78 m; geomagnetna širina $39^{\circ} 32' N$, granična vertikalna geomagnetna čvrstoća 5,3 GV. Laboratorijski se sastoji od nadzemnog i plitko ukopanog podzemnog dela na dubini od 12 m ispod površine. Zemljište (les) iznad podzemne laboratorijske građevine ima gustinu u $1,8 - 2,1 \text{ g/cm}^3$. Zidovi podzemne laboratorijske građevine su od armiranog betona debljine 30 cm i sa unutrašnje strane su pokriveni aluminijumom debljine 1 mm. Skupa, efektivni apsorpcioni sloj iznosi približno 25 hg/cm^3 (25 m.w.e.). Na toj dubini prisutna je praktično samo mionska komponenta kosmičkog zračenja. Ventilacioni sistem održava natpritisak od 2 mbar i sa ugrađenim filterima za vazduh drži nizak nivo radona u radnom prostoru. Zbog svojih niskofonskih karakteristika, laboratorijski je osposobljen za izučavanja različitih pojava generisanih kosmičkim zračenjem, pre svega signatura indukovanih u germanijumskim spektrometrima.



Slika 5.1 Skica Niskofonske laboratorijske Instituta za fiziku u Beogradu.



Slika 5.2 Podzemna niskofonska laboratorija.

5.1 Eksperimentalna postavka i spektri scintilacionih detektora

Mioni iz kosmičkog zračenja detektuju se plastičnim scintilacionim detektorima koji su smešteni u nadzemnu i u podzemnu laboratoriju. Eksperimentalne aparature u obe laboratorije su identične i čine ih parovi scintilacionih detektora pravougaonog oblika, kao i instrumentacioni moduli za akviziciju podataka. Jedan par čine veliki detektor dimenzija 100cm x 100cm x 5cm i mali detektor dimenzija 50cm x 23cm x 5cm, koji su postavljeni horizontalno svojim najvećim stranama. Njihov uzajamni položaj je manje-više fleksibilan, što omogućava izvođenje različitih tipova eksperimenata. Mali detektori su proizvedeni u JINR, Dubna, Rusija, i po svojim osobinama slični su scintilatoru NE102. Na njih je vezan po jedan fotomultiplikator EMI 9600 prečnika osnove 5 cm, koji preko odgovarajućeg svetlovoda tipa Perspex prikuplja scintilacionu

svetlost sa duže bočne strane (50cm x 5cm). Veliki detektori su proizvedeni u Amcrys-H, Harkov, Ukrajina, i sličnog su tipa kao i mali scintilatori (UPS-89). Scintilacionu svetlost skupljaju četiri fotomultiplikatora Hamamatsu postavljena na čoškove detektora usmereni duž dijagonale detektora; prepojačavački signali sa dva fotomultiplikatora koji su na istoj dijagonali se sabiraju. Moduli za akviziciju podataka su dva brza četvorokanalna analogno-digitalna konvertora, model C.A.E.N. N1728B.

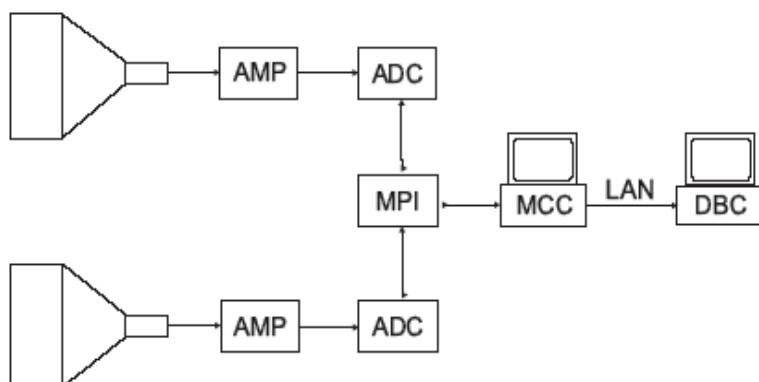
Tabela 5.1 Fizičke karakteristike scintilatora NE102 i UPS-89.

gustina [g/cm ³]	indeks prelamanja	svetlosni izlaz (% antracena)	vremenska konstanta [ns]	tal. dužina maks. emisije [nm]	svetlosna aten. dužina [cm]	H/C
1,032	1,58	65	2,4	423	250	1,104
1,06	1,60	65	2,4	418	360	1,0

Tabela 5.2 Tehničke karakteristike fADC C.A.E.N. N1728B.

ulazni kanali	impedanca [Ω]	učestanost sempliranja [MHz]	rezolucija [bit]	opseg [V]
4	50	100	14	± 1,1 V

U periodu od 2002. do 2007. eksperimentalna postavka u laboratoriji uključivala je samo male detektore (dimenzija 50cm x 23cm x 5cm). Izlazni signali sa fotomultiplikatora su preko dva nezavisna AD konvertora sa 4096 kanala digitalizovani u formu spektra i zatim snimani u bazu podataka (slika 5.3). Spektri su snimani svakih 5 min, pri čemu je efektivno vreme prikupljanja signala 270 s a 30 s je ostavljen za snimanje spektra i transfer podataka na udaljeni kompjuter (slika 5.4). Podaci su analizirani *offline* bez prekidanja samog merenja.



AMP - Amplifier

MPI - Multiparametric Interface

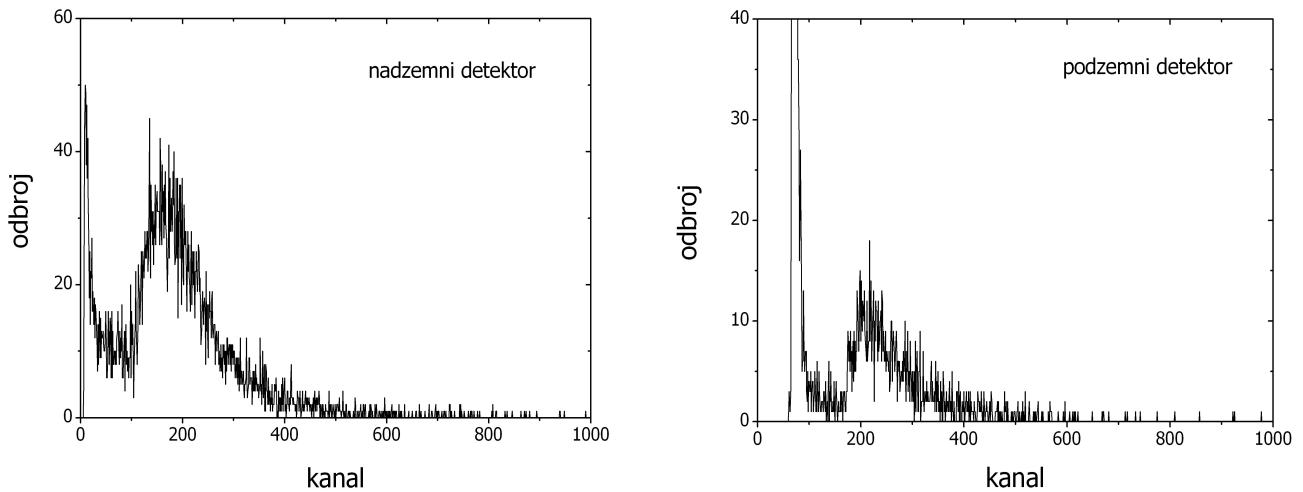
LAN - Local Area Network

ADC - Analog to Digital Converter

MCC - Master Control Computer

DBC - Database Computer

Slika 5.3 Shema eksperimentalne postavke u periodu 2002-2007.

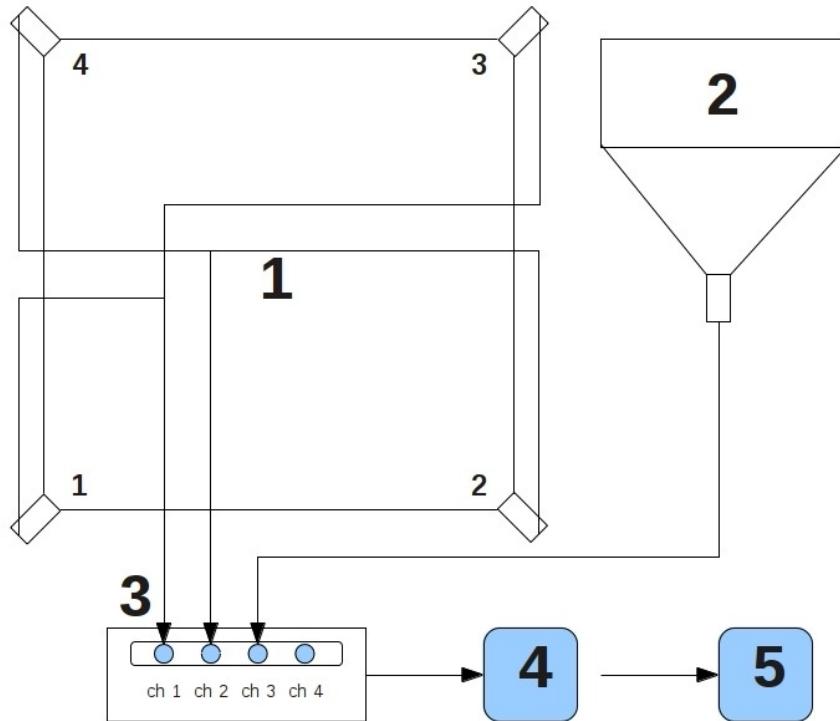


Slika 5.4 Petominutni spektri snimljeni nadzemnim (levo) i podzemnim (desno) detektorom.

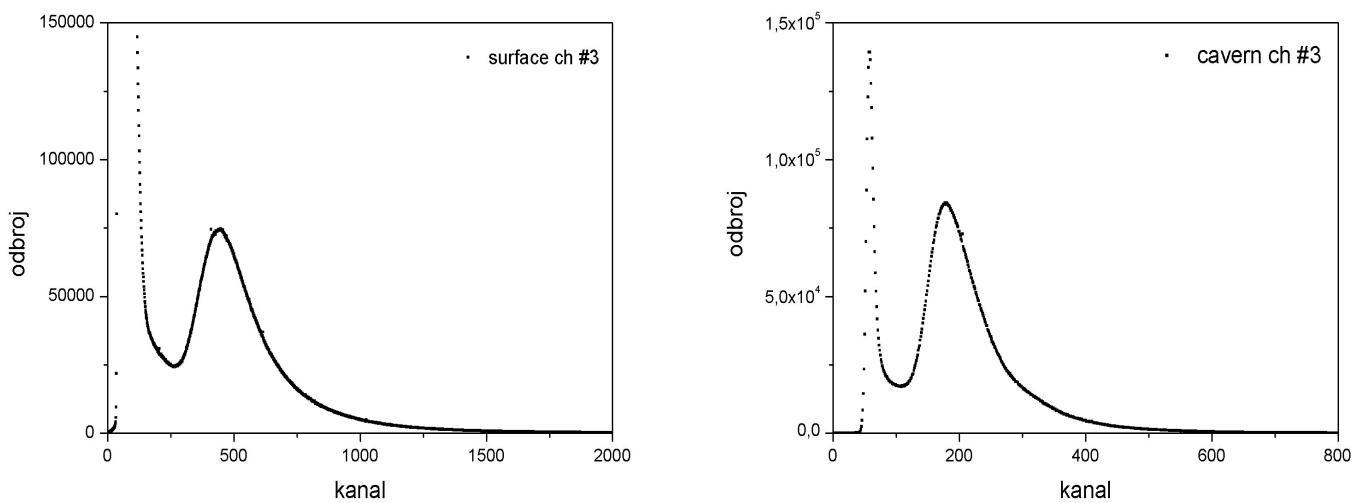
Nova eksperimentalna postavka kompletirana je 2008. godine velikim scintilacionim detektorima i 4-kanalnim AD konvertorima (slika 5.5). AD konvertori imaju dosta raznovrsne mogućnosti rada u dva različita moda, kao digitalni spektrometri i/ili kao digitalni osciloskopi. U oba moda ulazni signali sempliraju se u 2^{14} kanala sa vremenskom rezolucijom od 10 ns. Podaci o svakom signalu iznad postavljenog nivoa praga, redni broj trignera, vreme i amplituda, snimaju se u listu svih događaja. To omogućuje *offline* analizu pojedinačnih ili koincidentnih događaja u proizvoljno odabranim ulaznim kanalima unutar vremenskog intervala od $N \cdot 10$ ns ($N=1,2,\dots$), pre svega za dobijanje vremenskih spektara promptnih i zakasnih koincidentnih događaja, kao i vremenskih nizova odbroja u pojedinačnim kanalima ili odbroja koincidentnih događaja. Na svakom od AD konvertora, u redovnom kontinuiranom radu, tri ulazna kanala su namenjena scintilacionim detektorima: dva kanala za sumirane signale sa fotomultiplikatora na istoj diagonali velikog detektora i jedan kanal za prepojavačačke signale sa fotomultiplikatora malog detektora. AD konvertori su uzajamno vremenski sinhronizovani za dodatno koincidiranje događaja u detektorima u nadzemnoj i podzemnoj laboratoriji. Podaci se obrađuju i analiziraju softverom napravljenim u Laboratoriji.

Spektri malih scintilatora i spektri dijagonala velikih scintilatora prikazani su na slikama 5.6 i 5.7. Oni se sastoje od niskoenergetskog dela koji potiče od komptonovski rasejanog gama zračenja iz okoline, i visokoenergetskog dela koji predstavlja spektar gubitaka energije nanelektrisanih čestica kosmičkog zračenja i koji ima pik na oko 10 MeV. U spektrima malih scintilatora fonski i kosmički deo su relativno jasno razdvojeni, dok u slučaju velikih scintilatora to razdvajanje nije dobro definisano. Da bi se iz spektra velikog scintilatora izdvojio ΔE spektor kosmičkog zračenja, signali sa dijagonala detektora se softverski koincidiraju unutar datog vremenskog intervala (obično 80 ns; širina vremenske raspodele je oko 25 ns), a zatim se njihove

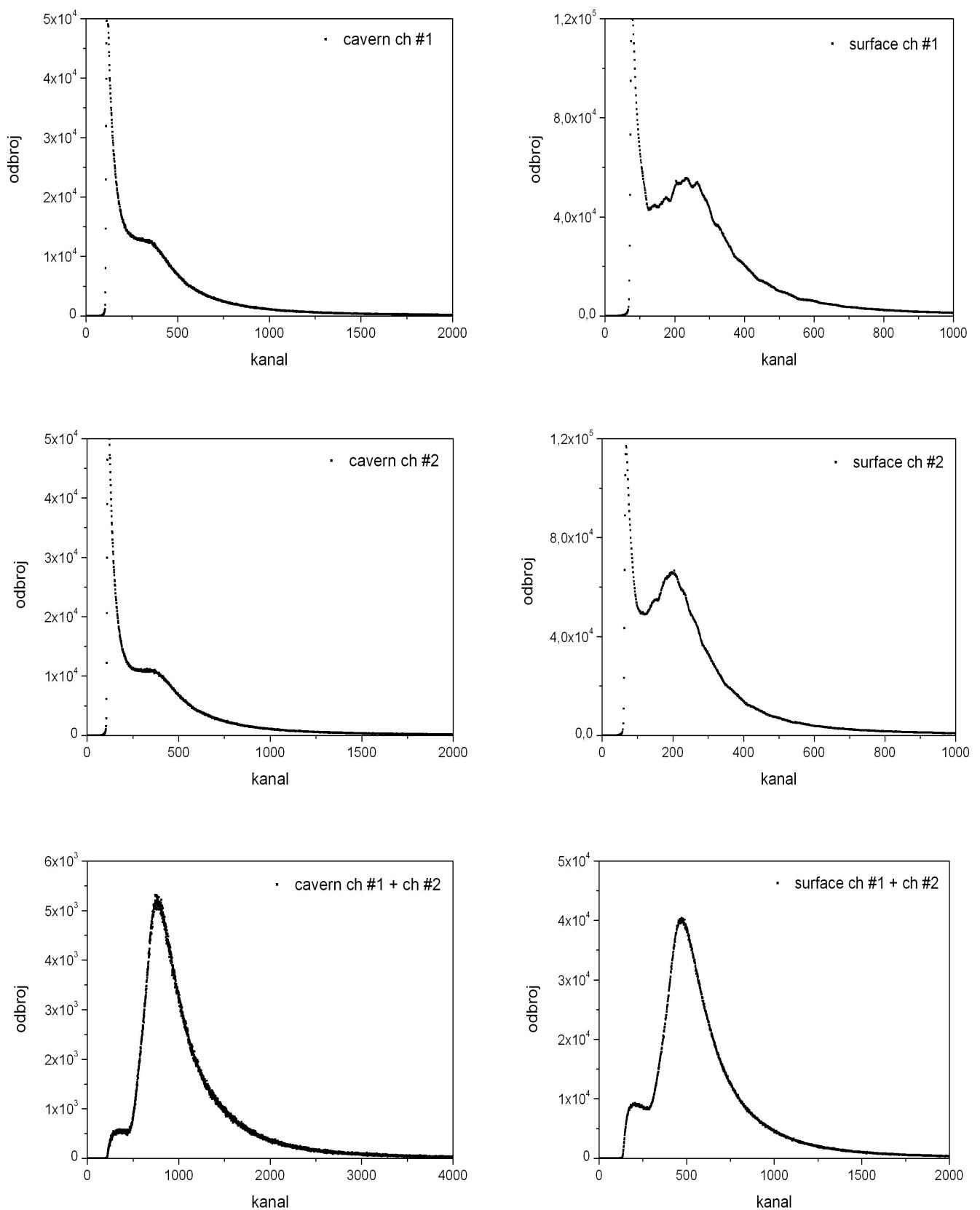
amplitude sabiraju dajući jedan spektar kao jedinstveni spektralni odziv detektora. Za rezultujuću vremensku oznaku (*stamp*) ovih koincidentnih događaja uzima se trenutak pojavljivanja prvog događaja. Rezultat toga je da se fonski niskoenergetski deo spektra potpuno gubi a ostaje samo ΔE spektar miona ili elektrona iz kosmičkog zračenja, koji ima pik na energiji oko 10,9 MeV (slika 5.7).



Slika 5.5 Shema eksperimentalne postavke: 1) veliki scintilacioni detektor, 2) mali scintilacioni detektor, 3) AD konvertor, 4) kontrolni kompjuter, 5) skladišni kompjuter.



Slika 5.6 Spektri malih scintilacionih detektora u nadzemnoj (levo) i podzemnoj (desno) laboratoriji.



Slika 5.7 Spektri dijagonalna i sabrani spektri velikih scintilacionih detektora u nadzemnoj (levo) i podzemnoj (desno) laboratoriji.

5.2 Simulacija spektralnog odziva scintilacionih detektora

Pri prolasku kroz detektor mioni interaguju sa atomima materijala i gube deo svoje kinetičke energije, taj deo energije deponuje se u detektoru. Mioni učestvuju u elektromagnetskim i nuklearnim interakcijama, pri čemu je jonizacija atoma sredine proces koji uglavnom doprinosi ukupnoj deponovanoj energiji; zakočno zračenje, obrazovanje parova i nuklearne reakcije miona su za 2-3 reda veličine manje verovatni procesi. Spektar gubitaka energije miona, ili drugčije rečeno spektralni odziv detektora, zavisi od geometrije i materijala detektora, kao i od energije čestice i dužine puta koji ona pređe. U današnjoj praksi se za različite teorijske proračune spektralnog odziva koriste simulacioni programi bazirani na Monte Carlo numeričkim metodama. Ovi programi u osnovi svojih algoritama imaju teoriju interakcija zračenja sa materijom.

Simulacije odziva plastičnih scintilatora na mione iz kosmičkog zračenja bazirane su na CERN-ovom programskom paketu Geant4 [62,63]. Geant4 je objektno-orientisano razvojno okruženje za brze i precizne Monte Carlo simulacije transporta čestica kroz materiju i fizičkih procesa u kojima one učestvuju, i poseduje raznovrstan skup klasa i metoda koje mogu biti primenjene u različitim konkretnim situacijama, od jednostavnih studija osnovnih fenomena do složenih simulacija velikih detektora kao što su LHC ili GLAST. On sadrži kompletan alat za modeliranje putanje i interakcija čestice u datoj fizičkoj zapremini: metode za definisanje geometrije sistema, materijala, čestica i interakcija; metode za generisanje primarnih događaja, trajektorija čestica kroz materiju i/ili elektromagnetno polje i odziva detektorskih komponenti; kao i metode za analizu podataka i vizuelno predstavljanje događaja. Biblioteke preseka za sve relevantne interakcije zračenja sa materijom konstantno se dopunjaju novim preciznijim podacima.

5.2.1 Konstrukcija detektora

Prvi korak u pisanju simulacionog programa je definisanje geometrijske strukture objekata u datoj eksperimentalnoj postavci (detektori, slojevi apsorbera, itd). U Geant4, ovu strukturu čini skup jedne ili više različitih zapremina, koje su definisane svojim geometrijskim i fizičkim karakteristikama. Osnovna zapremina naziva se *World* i ona sadrži sve ostale objekte. Kada se jedan objekat smesti unutar drugog, ovaj potonji predstavlja kontejnerski objekat u odnosu na prvi. Svaka zapremina se kreira definisanjem njenog oblika i dimenzija, zadavanjem

fizičkih svojstava i zatim pozicioniranjem u koordinatnom sistemu kontejnerske zapremine. Svi detektorski elementi imaju formu neke geometrijske figure. Osnovni oblici su kvadar, paralelopiped, cilindar, konus, torus, sfera i trapezoid, a njihovim kombinacijama moguće je realizovati složene geometrijske objekte. Zatim se svakoj zapremini pridružuje materijal od koga je načinjen. U Geant4 materija je definisana na tri načina, kao izotop, element ili materijal (hemijska jedinjenja, smeše, i sl.). Izotopi i elementi definišu mikroskopske osobine atoma (atomski i maseni broj, molarnu masu, izotopski sastav), a materijali opisuju makroskopske osobine materije (gustinu, temperaturu, radijacionu dužinu, itd) i izvode se iz elemenata. Materijal je vidljiv ostatku programa i neposredno se koristi se u geometriji i fizici simulacije.

Detektori su konstruisani kao plastični scintilatori oblika pravouglog paralelopipeda, čije su dimenzije podudarne dimenzijama detektora u laboratoriji: $x_0 = 100$ cm, $y_0 = 100$ cm, $z_0 = 5$ cm za veliki, i $x_0 = 50$ cm, $y_0 = 23$ cm, $z_0 = 5$ cm za mali detektor. Fizičke osobine materijala detektora odgovaraju scintilatorima NE102 i UPS-89; on je ugljovodonični polimer sa, respektivno za NE102 i UPS-89, relativnim odnosom broja atoma vodonika i broja atoma ugljenika 1,104 i 1,0 i gustom 1,032 g/cm³ i 1,06 g/cm³.

5.2.2 Čestice i fizički procesi

U inicijalnoj fazi simulacije potrebno je definisati čestice i fizičke procese koji se koriste u simulaciji. Za svaku česticu rezervisana je posebna klasa koja nosi informacije o njenim osobinama (masa, nanelektrisanje, spin, itd). Klase koje se odnose na interakcije sadrže podatke o efikasnim presecima i dometima u funkciji od energije čestice. U konkretnom programu neophodno je da se zadaju metode za konstrukciju čestica i fizičkih procesa, kao i da se odrede vrednosti praga dometa za svaki tip čestice. Klase su organizovane prema tipovima čestica: leptoni, mezoni, barioni, bozoni, joni i rezonantne čestice. Interakcije čestica sa materijom su svrstane u sedam kategorija: transport kroz sredinu, raspad, elektromagnetski, hadronski, optički i lepton-hadronski procesi, kao i parametrizacija. Za niske energije čestica koriste se posebne metode za niskoenergetske elektromagnetske procese.

Mioni učestvuju u elektromagnetskim i nuklearnim interakcijama sa materijom, najverovatniji proces je jonizacija atome sredine dok su drugi procesi malo verovatni. U elektromagnetskim procesima proizvode se nove čestice (δ -elektroni, fotoni, pozitroni) koje takođe interaguju sa sredinom. U konkretnom slučaju simulacije odziva plastičnog scintilatora od interesa su, pre svega, Komptonovo rasejanje, fotoefekat i obrazovanje para za fotone, a ionizacija, zakočno zračenje, anihilacija pozitrona i promptna kreacija para za nanelektrisane

čestice. Takođe, u simulaciju je uključeno neelastično rasejanje miona preko procesa fotonuklearne interakcije sa jezgrom. Kako se deponovana energija u scintilatoru pretvara u emisiju optičkih fotona, scintilacioni procesi takođe mogu biti uključeni; Geant4 poseduje klase za modelovanje generisanja i transporta optičkih fotona. Međutim, obzirom da se simulacija spektra gubitaka energije dE / dx u scintilatoru, bez simulacije scintilacionih procesa, pokazala korektnom i dovoljnom, ovakav pristup je sasvim opravdan.

5.2.3 Generisanje događaja

Jedan događaj u simulaciji generiše se zadavanjem tipa incidentne čestice, njene pozicije u dатoj geometriji, energije i pravca i smera impulsa. U ovoj konkretnoj simulaciji primarna čestica može biti pozitivan ili negativan mion. Kako je odnos broja pozitivnih i broja negativnih miona na nivou mora 1,3, vrsta čestica se bira uzorkovanjem iz uniformne raspodele sa verovatnoćom koja odgovara ovom odnosu. Kada se odabere μ^+ ili μ^- , bira se zatim početna pozicija čestice generisanjem slučajnih tačaka na površini detektora. U eksperimentalnim uslovima, mioni dospevaju na detektor na gornju horizontalnu i četiri bočne vertikalne strane. Ove strane imaju nejednake površine, a sem toga nejednaki su i fluksevi miona po jediničnoj horizontalnoj i jediničnoj vertikalnoj površini.

Intenzitet kosmičkog zračenja zavisi od zenitnog i azimutalnog ugla po zakonu (4.11):

$$j(\theta, \varphi) = j_v \cos^n(\theta) , \quad (5.1)$$

gde eksponent n ima vrednost 1,85 na nivou mora, odnosno 1,55 na dubini od 25 m.w.e. [64]. Intenzitet miona kroz jediničnu horizontalnu površinu je

$$J_{1H} = \int_S j(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi , \quad (5.2)$$

a kroz jediničnu vertikalnu površinu

$$J_{1V} = \int_S j(\theta, \varphi) \sin^2 \theta \cos \varphi d\theta d\varphi , \quad (5.3)$$

gde se integracija vrši po gornjoj polusferi. Smenom (5.1) u (5.2) i (5.3) dobija se

$$\begin{aligned} J_{1H} &= j_v \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \cos^{n+1} \theta \sin \theta d\theta d\varphi , \\ J_{1V} &= j_v \int_0^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^n \theta \sin^2 \theta \cos \varphi d\theta d\varphi . \end{aligned} \quad (5.4)$$

Numerička integracija gornjih izraza daje $J_{1H} = 1,63 \cdot j_v$ i $J_{1V} = 0,42 \cdot j_v$ ako je $n=1,85$, a $J_{1H} = 1,77 \cdot j_v$

i $J_{1V} = 0,49 \cdot j_V$ ako je $n=1,55$. Odavde sledi da je, na nivou nadzemne laboratorije, fluks miona kroz horizontalne površi 3,88 puta veći nego fluks kroz vertikalne površi; u podzemnoj laboratoriji taj odnos je 3,637. Uzimajući u obzir i odnose površina gornje i bočnih strana detektora, dobijaju se verovatnoće da mion pogodi horizontalnu stranu, odnosno neku od bočnih strana. U simulaciji se prvo bira horizontalna ili vertikalna površ iz uniformne raspodele sa ovako zadatim verovatnoćama, a nakon toga koordinate početne pozicije čestice na izabranoj površi. Na horizontalnoj površi koordinate x i y dobijaju se na sledeći način:

$$x = (u_1 - 0,5) x_0 \text{ cm}, \quad y = (u_2 - 0,5) y_0 \text{ cm}, \quad (5.5)$$

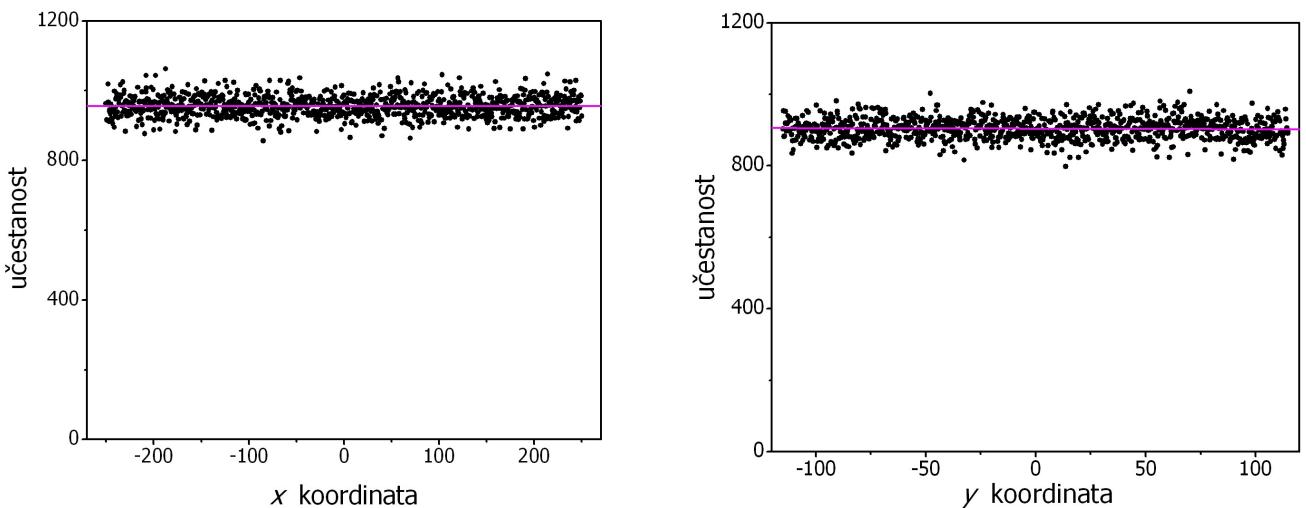
gde su u_1 i u_2 slučajni brojevi iz uniformne raspodele na intervalu $(0,1)$, a x_0 i y_0 dimenzije detektora; z koordinata je fiksirana. Slično, za vertikalne strane detektora koordinate slučajne tačke su

$$x = (u_1 - 0,5) x_0 \text{ cm}, \quad z = (u_2 - 0,5) z_0 \text{ cm}, \quad (5.6)$$

odnosno

$$y = (u_1 - 0,5) y_0 \text{ cm}, \quad z = (u_2 - 0,5) z_0 \text{ cm}, \quad (5.7)$$

gde je z_0 debljina detektora.



Slika 5.8 Distribucije x i y koordinata početnih tačaka miona na horizontalnoj površini detektora.

Raspodela broja miona po uglovima na horizontalnim i vertikalnim površima može se dobiti iz jednačina (5.1), (5.2) i (5.3) Monte Carlo metodom inverzne funkcije. Verovatnoća da mion koji pada na horizontalnu površ ima zenithni ugao θ i azimutalni ugao φ je

$$p_H(\theta, \varphi) = c_1 \cos^{n+1} \theta \sin \theta = 2\pi c_1 \cos^{n+1} \theta \sin \theta \frac{1}{2\pi}, \quad (5.8)$$

gde je $c_1 = j_v / J_{1H}$ normalizacioni faktor. Problem se svodi na određivanje distribucije po θ sa gustinom raspodele $2\pi c_1 \cos^{n+1}\theta \sin\theta$, i distribucije po φ sa gustinom raspodele $1/2\pi$. Njihovom integracijom po polusferi i nalaženjem inverznih funkcija dobijaju se raspodele miona po pravcima ako oni padaju na horizontalne površine:

$$\cos \theta = u_1^{1/n+2} , \quad \varphi = 2\pi u_2 , \quad (5.9)$$

gde je $n=1,85$, odnosno $n=1,55$; u_1 i u_2 su uniformne distribucije slučajnih brojeva na intervalu $(0,1)$.

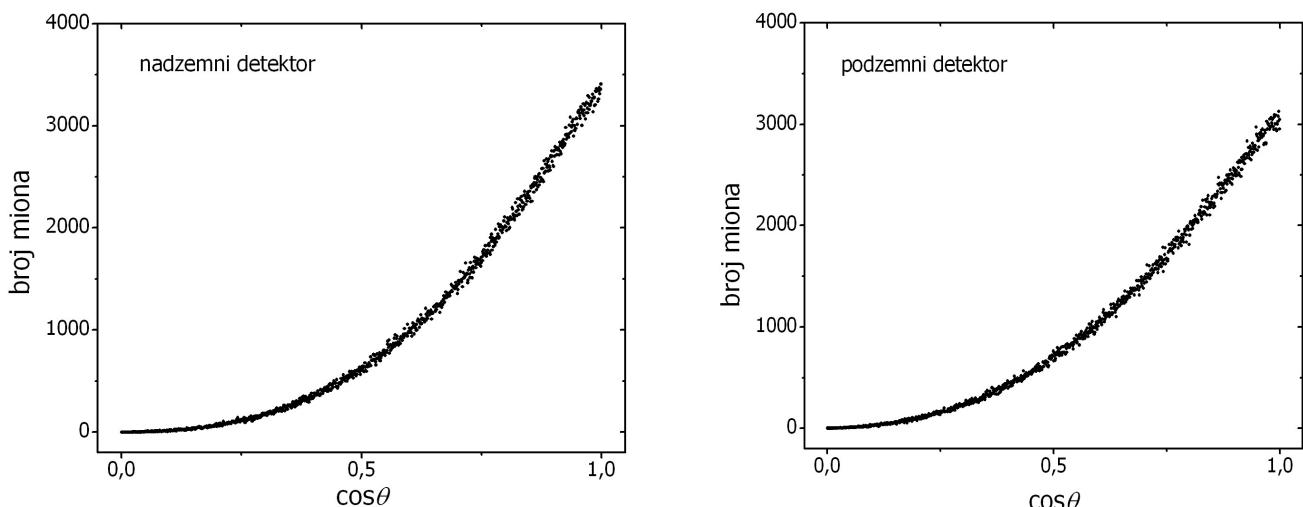
Raspodela pravaca kroz vertikalne površi nalazi se Monte Carlo metodom odbacivanja. Neka vertikalna ravan zaklapa ugao χ sa y osom; χ ima vrednost 0 za yOz ravan a $\pi/2$ za xOz ravan. Iz (5.4) sledi da je gustina raspodele

$$p_V(\theta, \varphi) = c_2 \cos^n \theta \sin^2 \theta \cos(\varphi - \chi) = 2 c_2 \cos^n \theta \sin^2 \theta \frac{1}{2} \cos(\varphi - \chi) , \quad (5.10)$$

gde je $c_2 = j_v / J_{1V}$ normalizacioni faktor, a φ se kreće u intervalu $(\chi-\pi/2, \chi+\pi/2)$. Raspodela po φ $\frac{1}{2} \cos(\varphi - \chi)$ modeluje se metodom inverzne funkcije; dobija se

$$\varphi = \arcsin(2u-1) + \chi , \quad (5.11)$$

gde je u uniformna distribucija brojeva na intervalu $(0,1)$. Gustina raspodele po θ može da se napiše kao $\cos^n \theta \sin \theta$, i ima maksimalnu vrednost za $\tan \theta = (2/n)^{1/2}$; ona je 0,264 za $n=1,85$ i 0,296 za $n=1,55$, a recipročne vrednosti su 3,788 i 3,378. Raspodela se dobija tako što se prvo generišu slučajni broevi u_1 i u_2 iz uniformne distribucije na $(0,1)$, i izračuna se $\theta = u_1 \pi / 2$. Zatim se proverava da li je $u_2 > 3,788 \cos^n \theta \sin^2 \theta$ za $n=1,85$, odnosno $u_2 > 3,378 \cos^n \theta \sin^2 \theta$ za $n=1,55$. Ako je uslov ispunjen postupak se ponavlja, u suprotnom uzima se θ za validan zenitni ugao.



Slika 5.9 Distribucije broja miona po kosinusima pravaca.

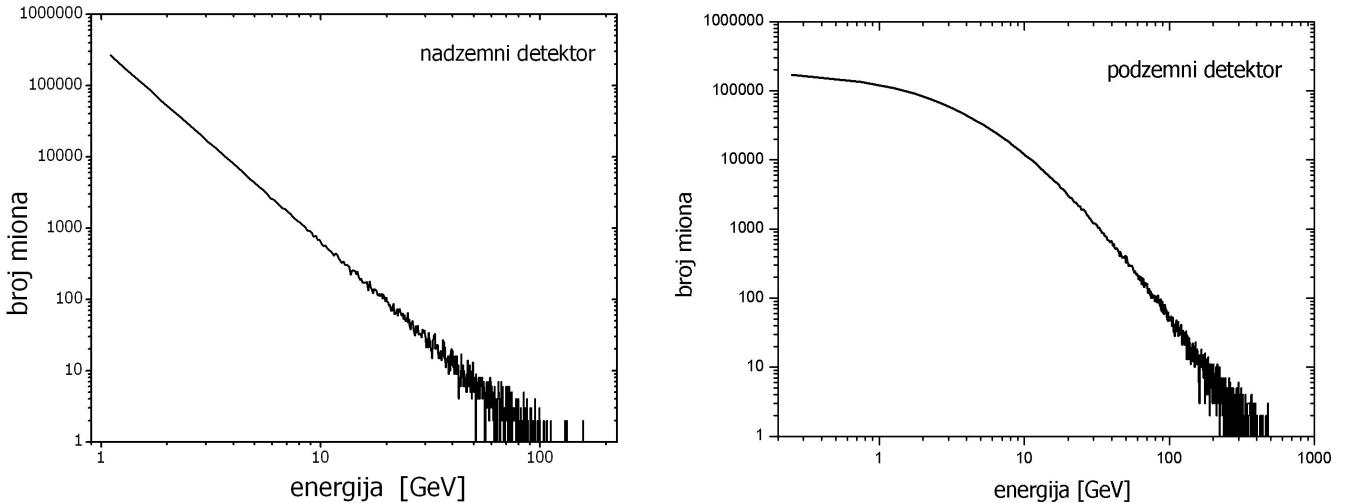
Na kraju, iz uzorkovanih vrednosti zenitnog ugla θ i azimutalnog ugla φ računaju se koordinate pravca vektora impulsa miona:

$$x_{dir} = -\sin \theta \cos \varphi , \quad y_{dir} = -\sin \theta \sin \varphi , \quad z_{dir} = -\cos \theta . \quad (5.12)$$

Raspodela broja miona po energiji na površini Zemlje određena je iz formule za intenzitet miona (4.61):

$$\frac{dj_\mu(E)}{dE} \simeq 0,14 E^{-2,7} \left(\frac{1}{1+1,1 \frac{E \cos \theta}{115 \text{ GeV}}} + \frac{0,054}{1+1,1 \frac{E \cos \theta}{850 \text{ GeV}}} \right) \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{GeV}^{-1}, \quad (5.13)$$

Monte Carlo metodom odbacivanja u nekom intervalu energija miona (E_{min}, E_{max}); energija je u GeV. Obično se uzima da su $E_{min} = 0,5$ GeV i $E_{max} = 500$ GeV (ili 5 TeV). Postupak je urađen tako što se prvo izraz (5.14) izračuna za $E = E_{min}$, i generišu se slučajne veličine u_1 i u_2 . Zatim se uzorkuje E_{trial} kao $E_{trial} = E_{min} + (E_{max} - E_{min}) u_1$, i izračuna se (5.14) za $E = E_{trial}$. Neka su P_1 i P_2 vrednosti izraza (5.14) za E_{min} i E_{trial} , respektivno. Ako je uslov $u_2 > P_1 / P_2$ ispunjen, postupak se ponavlja, u suprotnom uzima se E_{trial} za energiju miona.



Slika 5.10 Distribucije broja miona u funkciji od energije.

Energija miona u podzemnoj laboratoriji dobijena je na nešto drugačiji način. Prvo se semplira energija na nadzemnom nivou, za $E_{min} = 5$ GeV i $E_{max} = 500$ GeV (ili 5 TeV), a onda se od te energije oduzme gubitak energije čestice pri prolasku kroz sloj tla iznad laboratorije (25 hg/cm²), po formuli [65,66,67]:

$$-\left(\frac{dE}{dx} \right) = 1,84 + 4,65 \cdot 10^{-6} E + 0,076 \ln \frac{E'_{max}}{m_\mu c^2} \text{ MeVg}^{-1} \text{cm}^{-2}, \quad (5.14)$$

gde je $E'_{max} = \frac{E^2}{E + (m_\mu^2 c^2 / 2 m_e)}$ maksimalna prenesiva energija; energija je u MeV. Razlika se uzima za energiju miona.

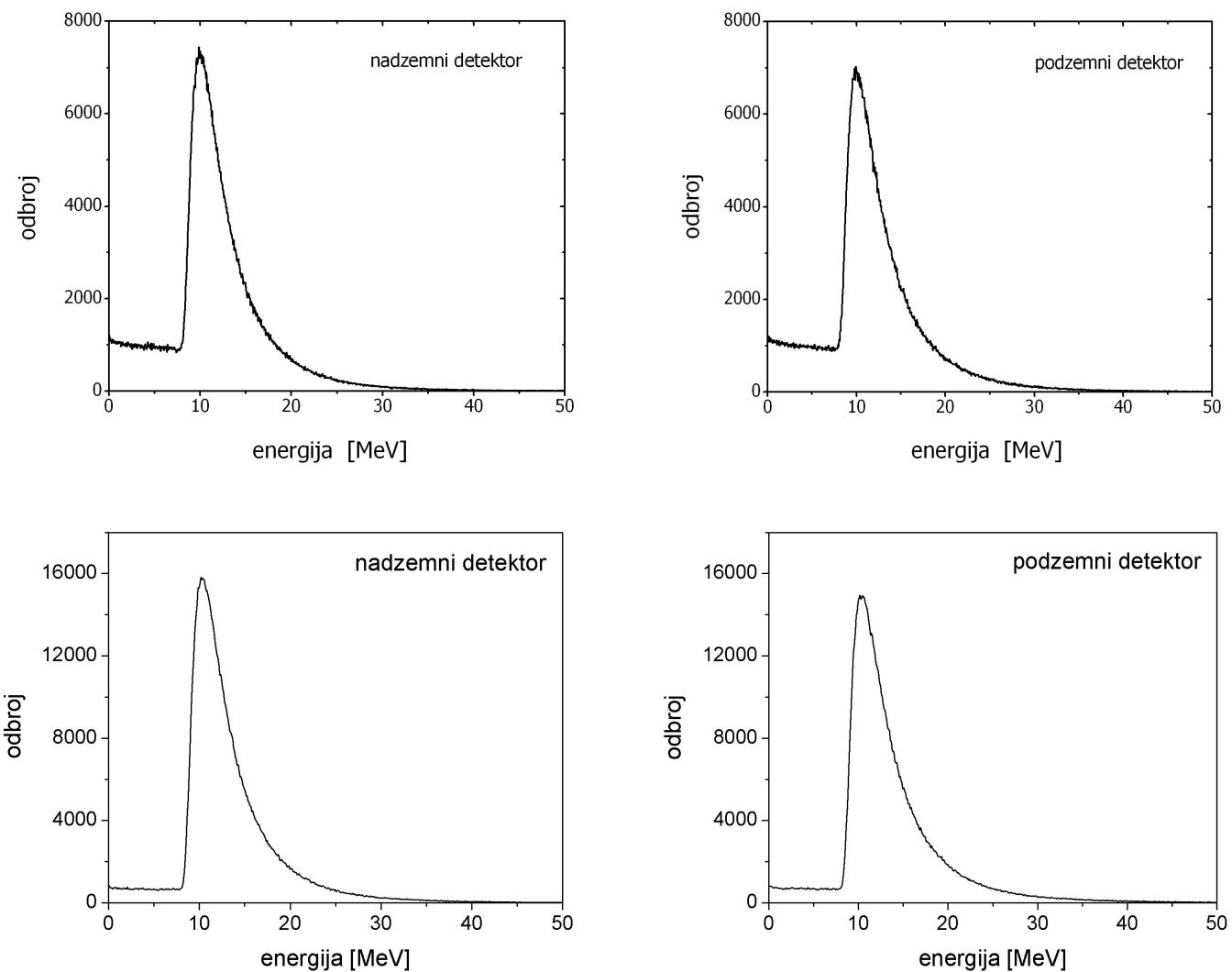
5.2.4 Kalkulacija deponovane energije

Elekromagnetni i nuklearni procesi u kojima nanelektrisane čestice gube deo svoje energije slični su za elektrone, pozitrone, mione i nanelektrisane hadrone. Oni uglavnom interaguju sa atomima sredine tako što ih ionizuju, što znači da su i ionizacioni gubici najveći; drugi procesi postaju značajni tek na visokim energijama. Ukupan ionizacioni gubitak energije čestice u nekoj sredini sadrži doprinos kontinualnog i diskretnog gubitka energije. Za svaki fizički proces definiše se energetski prag, ako je energija čestice ispod praga ionizacioni gubitak se računa kao kontinualan, ako je energija iznad praga eksplicitno se generišu sekundarne čestice.

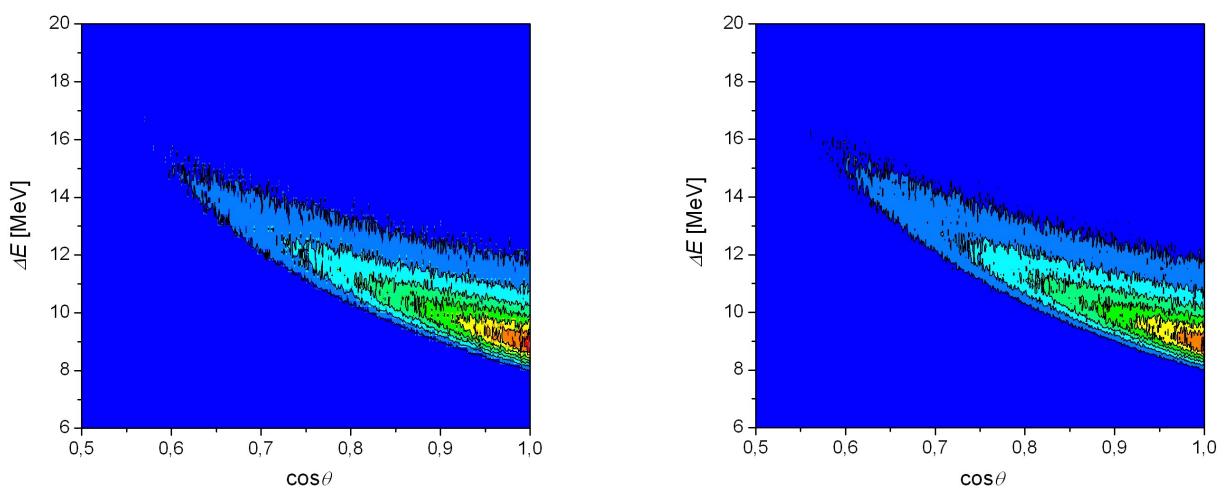
Za datu česticu, kontinualni i diskretni gubici energije računaju se u svakom koraku između dve interakcije, u jednom događaju prolaska miona kroz detektor. Nakon procesuiranog događaja, tj. kada mion napusti detektor, dobijene vrednosti deponovane energije za sve čestice se sabiraju i taj zbir predstavlja ukupnu energiju ΔE koja se deponuje u detektoru pri prolasku jednog miona, za datu početnu energiju, poziciju i pravac kretanja. ΔE se snima u datoteku za dalju obradu, a simulacija se nastavlja generisanjem novog događaja.

5.2.5 Simulirani spektri gubitaka energije

Raspodela broja miona u funkciji deponovane energije ΔE predstavlja spektralni odziv detektora. U simulacijama je generisano $0,5 \cdot 10^6$, odnosno 10^6 , korisnih događaja, sa početnim parametrima miona (pozicija, pravac kretanja i energija) uzorkovanim na način opisan u prethodnom poglavlju. Kao rezultat dobijeni su spektri deponovane energije u detektorima [68]. Vrednosti ΔE idu od praktično 0 pa do 300 MeV, u zavisnosti od početnih uslova. Spektri malih scintilacionih detektora imaju pik na energiji od 10 MeV, a srednje ΔE iznose 11,8 MeV za nadzemni i 12,1 MeV za podzemni detektor. U slučaju velikih scintilacionih detektora, spektri imaju maksimum na energiji 10,1 MeV, odnosno 10,2 MeV; srednja energija ΔE je 13,2 MeV, odnosno 13,6 MeV, respektivno za detektor u nadzemnoj, odnosno podzemnoj laboratoriji. Na slici 5.12 prikazana je raspodela broja čestica u funkciji od deponovane energije i pravca vektora impulsa.

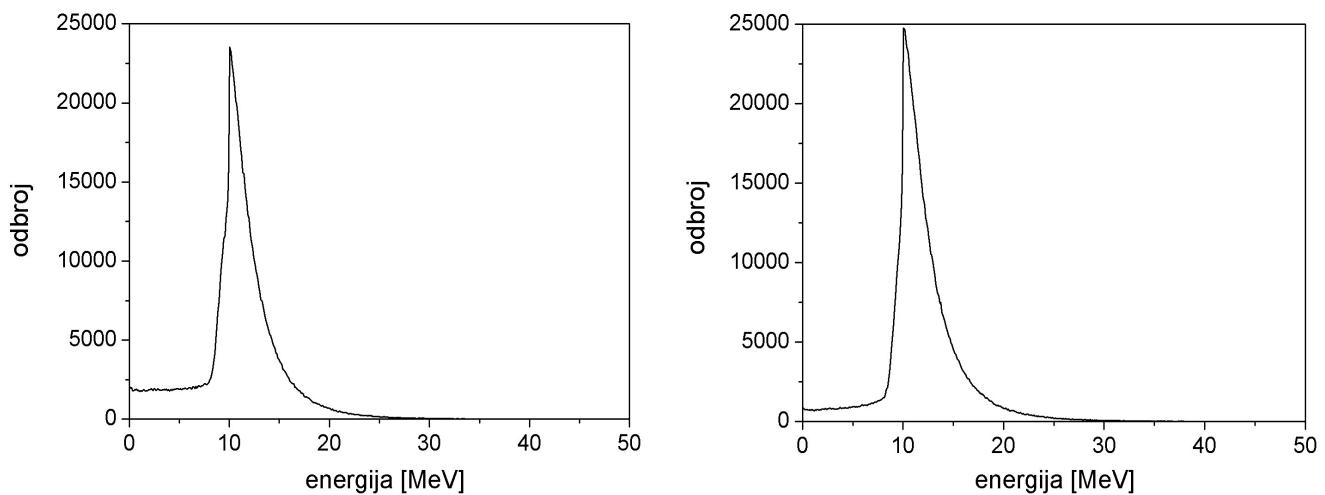


Slika 5.11 Simulirani spektri gubitaka energije miona u malim (gore) i velikim (dole) scintilacionim detektorima.



Slika 5.12 Zavisnost deponovane energije od pravca kretanja čestice za nadzemni (levo) i podzemni (desno) detektor. Konture predstavljaju broj miona za dati pravac i datu energiju ΔE . Najveći broj miona dolazi iz vertikalnog pravca i izgubi oko 10 MeV.

Na površini Zemlje kosmičko zračenje sadrži meku elektromagnetnu komponentu (elektroni i pozitroni) čiji fluks na nivou mora iznosi oko 35 – 40 % mionskog fluksa. Sledstveno tome, ukupan eksperimentalni spektar scintilacionih detektora u nadzemnoj laboratoriji je suma mionskog i elektronskog ΔE spektra. To znači i da je intenzitet kosmičkog zračenja koji se može dobiti iz podataka snimljenih nadzemnih detektorima, u stvari, ukupni intenzitet mionske i elektronske komponente. Opravdana je prepostavka da dva ΔE spektra treba da imaju približno isti oblik (ili barem u visokoenergetskom delu iznad 5 – 6 MeV), obzirom na to da su ionizacioni gubici elektrona i miona u plastičnim scintilatorima slični, za tipične energije čestica kosmičkog zračenja. Da bi se valjano poredili simulirani i eksperimentalni spektri, potrebno je da se mionski i elektronski ΔE spektri sumiraju. Zbog toga su urađene i simulacije prolaska elektrona kroz detektor, i dobijeni su njihovi ΔE spektri (slika 5.13). Početna energija čestice uzorkovana je iz raspodele intenziteta proporcionalne $E^{-2,7}$ u opsegu od 10 MeV do 1000 MeV, dok je pravac kretanja dobijen iz $\cos^2\theta$ raspodele po zenitnim uglovima. Spektar izgleda nešto drugačije u odnosu na mionski ΔE spektar, ali su vrednosti deponovanih energija skoro iste za obe vrste čestica; pik u elektronskom spektru takođe se nalazi na energiji oko 10 MeV.



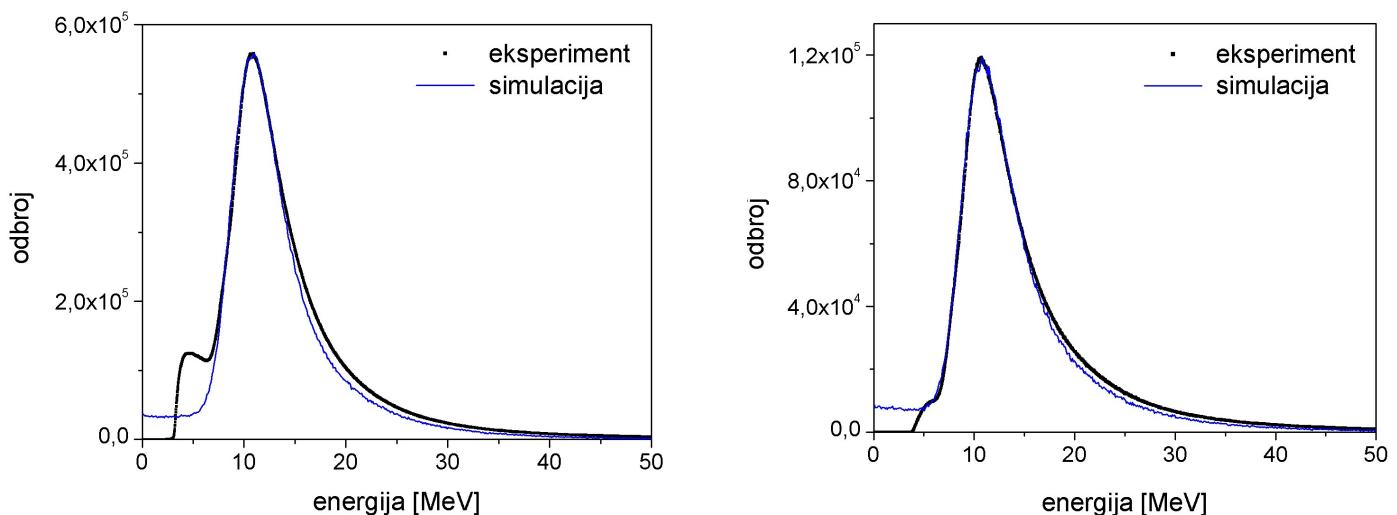
Slika 5.13 Simulirani spektri gubitaka energije elektrona u malom (levo) i velikom (desno) scintilatoru.

5.2.6 Poređenje simuliranih i eksperimentalnih spektara

Simulirani ΔE spektri razlikuju se od realnih eksperimentalnih spektara zato što nije uračunata, pre svega, rezolucija detektorskog sistema. Ona je posledica određenih fizičkih i tehničkih karakteristika scintilatora i fotomultiplikatora, kao što su generisanje scintilacione svetlosti u scintilatoru, atenuacija te svetlosti na putu do fotomultiplikatora, odziv

fotomultiplikatora, što bi moglo skupa da se definiše kao rezolucija celog sistema. Sem toga, geometrijski profil laboratorije i terena (slika 5.1) nije uzet u obzir a može da utiče na raspodelu mionskog intenziteta u funkciji od zenitnog ugla i/ili energije. Isto tako, $\cos^n\theta$ raspodela intenziteta nije dobra za veće zenithne uglove, a za visoke energije miona n postaje veće od 1,85. Neodređenost eksponenta n takođe utiče na rezultat. Energetska raspodela iz jednačine (5.14) nije realna za niske energije miona i za velike uglove θ . U oblasti većih vrednosti deponovane energije značajan je udeo višemionskih događaja, koji nastaju kada se u širokim atmosferskim pljuskovima proizvodi više hadrona sa kanalima raspada u mione visokih energija, i takvi mioni su usmereni u pravcu ose pljuska sa gotovo paralelnim pravcima.

Korekcija simulacije koja na zadovoljavajući način rešava problem razlike simuliranog i eksperimentalnog ΔE spektra urađena je uključivanjem rezolucije detektora kao i izvesnog malog doprinosa višemionskih događaja. Rezolucija detektora je definisana kao širenje spektralne linije po Gausovoj distribuciji sa poluširinom koja zavisi od deponovane energije ΔE ; u prvoj aproksimaciji odabrana poluširina je $0,15 \cdot \Delta E$. Takođe, uračunato je 5 % multimionskih događaja, sa multiplicitetom $k_\mu = 2$ ili $k_\mu = 3$. Slaganje simuliranih sa eksperimentalnim spektrima podzemnih detektora je manje-više odlično. U slučaju nadzemnih detektora spektri pokazuju veće neslaganje, čemu je uzrok nepreciznost simulacije elektronske komponente, naročito za elektrone niskih energija (do 10 MeV) čiji je ukupan ionizacioni gubitak u relativno debelom scintilatoru praktično jednak njihовоj početnoj energiji, a rezultujući spektar nije više ΔE spektar već totalni energetski spektar elektrona. U svakom slučaju, pokazuje se da je simulacija urađena uglavnom korektno, što je čini pouzdanim i korisnim alatom u daljim analizama eksperimentalnih podataka.



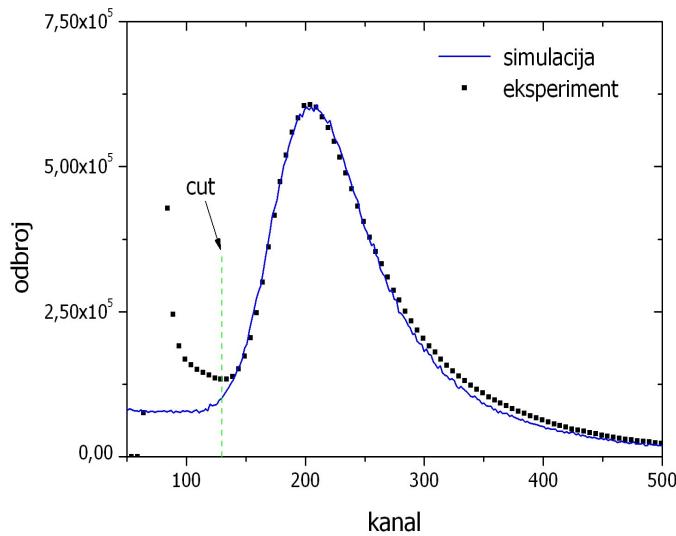
Slika 5.14 Poređenje simuliranih i eksperimentalnih spektara velikih scintilacionih detektora u nadzemnoj (levo) i podzemnoj (desno) laboratoriji, sa uračunatim korekcijama.

5.3 Eksperimentalni rezultati merenja intenziteta miona

5.3.1 Intenzitet miona

Za određivanje fluksa i vertikalnog intenziteta miona na nivou nadzemne i podzemne laboratorije korišćeni su eksperimentalni podaci iz merenja vršenih tokom cele 2002. godine, starom eksperimentalnom postavkom. Ukupno vreme merenja bilo je približno 170 dana; ovako dugo vreme merenja omogućuje da sezonske varijacije fluksa budu usrednjene. Kako je na dubini od 25 hg/cm^3 mionska komponenta kosmičkog zračenja dominantna, događaji kosmičkog porekla detektovani u podzemnoj laboratoriji mogu se opravdano pripisati mionima. Sa druge strane, na površini Zemlje značajan deo ukupnog fluksa kosmičkog zračenja čini meka elektronska komponenta. Zbog toga su u periodu oktobar – decembar 2006. godine urađena dopunska merenja u nadzemnoj laboratoriji sa ciljem diskriminacije miona od elektrona i pozitrona, tako što su na scintilacioni detektor postavljeni slojevi olovnih apsorbera debljine 10 cm i 15 cm [69].

Intenzitet miona u podzemnoj laboratoriji određen je iz skupa podataka dobijenih 2002. godine. Integralni spektar detektora za taj period prikazan je na slici 5.15; on se pruža do oko 200 MeV i ima pik na energiji $\approx 10,6 \text{ MeV}$. Jasno se razlikuju niskoenergetski deo spektra (ispod $\approx 6 \text{ MeV}$) koji potiče uglavnom od prirodne radioaktivnosti, i visokoenergetski deo (iznad $\approx 6 \text{ MeV}$) koji je ΔE spektar miona iz kosmičkog zračenja. Iako su mionski događaji dosta dobro razdvojeni od niskoenergetskog fona, tačna pozicija tačke razdvajanja dva dela spektra uzima se manje-više proizvoljno. Da bi se ona precizno utvrdila, iskorišćeni su simulirani spektri, koji su upoređeni sa eksperimentalnim spektrima (slika 5.15). Izabrani rez (*cut*) je u 130. kanalu ($\approx 6,5 \text{ MeV}$). Kako se jasno vidi iz simulacije, niskoenergetski deo spektra sadrži i određen broj mionskih događaja; u odnosu na ukupan broj događaja njih ima 6,4 %. Sa druge strane, postoji jedan broj fonskih događaja koji, pre svega zbog rezolucije detektora, ulaze u deo spektra desno od *cut-a*; on iznosi 0,27 %. Ove korekcije su uzete sa procenjenom statističkom greškom od 10 %. Arbitrarnost određivanja *cut-a* je glavni izvor sistematske greške. Pored toga, na veličinu sistematske greške utiču i drugi parametri u simulaciji: rezolucija detektora, multiplicitet višemionskih događaja, ugaona i energetska raspodela miona, itd. Procenjena ukupna sistematska greška je 4,5 %. Obzirom da je broj događaja veoma veliki (reda 10^8), statistička greška je zanemarljiva. Efikasnost scintilatora za detekciju nanelektrisane čestice je praktično 100 %, tako da se može uzeti da svaki mion koji prođe kroz detektor doprinese ΔE spektru.



Slika 5.15 Eksperimentalni i simulirani spektri detektora u podzemnoj laboratoriji.
Cut označava mesto razdvajanja fonskog i mionskog dela spektra.

Fluks čestica se dobija kada se broj registrovanih događaja podeli sa površinom detektora i vremenom merenja. Ukupan broj događaja je $8,8 \cdot 10^7$ za vreme merenja od $1,45 \cdot 10^7$ s. Efektivnu detektorsku površinu čine gornja horizontalna i četiri bočne vertikalne strane; horizontalna površina iznosi 1150 cm^2 a ukupna vertikalna 730 cm^2 . Međutim, kako je verovatnije da čestica pogodi horizontalnu nego vertikalnu površinu i to 3,637 puta, efektivna površina detektora je 1350 cm^2 . Konačno, za fluks kosmičkog zračenja u podzemnoj laboratoriji, na dubini od 25 hg/cm², dobija se

$$J_U = (4,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (5.15)$$

Vertikalni intenzitet se dobija iz (5.4):

$$j_v = \frac{n+2}{2\pi} J_{1H} . \quad (5.16)$$

Kako je na dubini od 25 hg/cm² $n=1,55$, vertikalni intenzitet miona u podzemnoj laboratoriji je

$$j_{v,U} = (2,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}. \quad (5.17)$$

Neodređenost eksponenta n uračunata je u procenu greške.

Precizniji rezultat dobijen je iz eksperimentalnih merenja velikim scintilacionim detektorom, iz skupa podataka za celu 2010. godinu. Ukupan broj događaja je $1,1492 \cdot 10^9$, vreme merenja je 289 d ($2,497 \cdot 10^7$ s) i efektivna površina detektora $10\ 550 \text{ cm}^2$. Zbog reza u spektru na energiji oko 5 MeV, izvršena je korekcija na broj događaja ispod ove energije, poređenjem sa simulacijom. Nove vrednosti fluksa i vertikalnog intenziteta miona su:

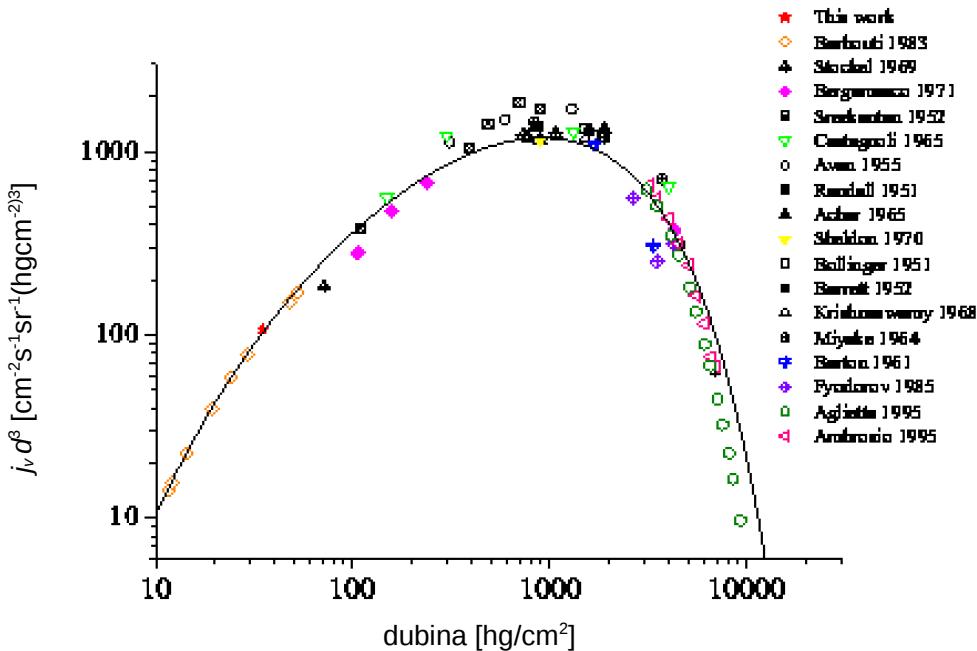
$$J_U = (4,46 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1},$$

$$j_{v,U} = (2,52 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}. \quad (5.18)$$

Ovaj rezultat je u odličnoj saglasnosti sa sličnim merenjima na malim dubinama ispod zemlje; kompilacija rezultata plotovana je na slici 5.16. Linija na grafiku je empirijski plot zavisnosti intenziteta miona od dubine [70]:

$$j_v(x) = \left[\frac{k}{(x^\alpha + a)(x + h)} \right] e^{-\beta h}, \quad (5.19)$$

gde su parametri $a = 75$, $h = 200 \text{ hg/cm}^2$, $k = 270,72 \text{ hg/cm}^2$, $\alpha = 1,68$ i $\beta = 5,5 \cdot 10^{-4}$.

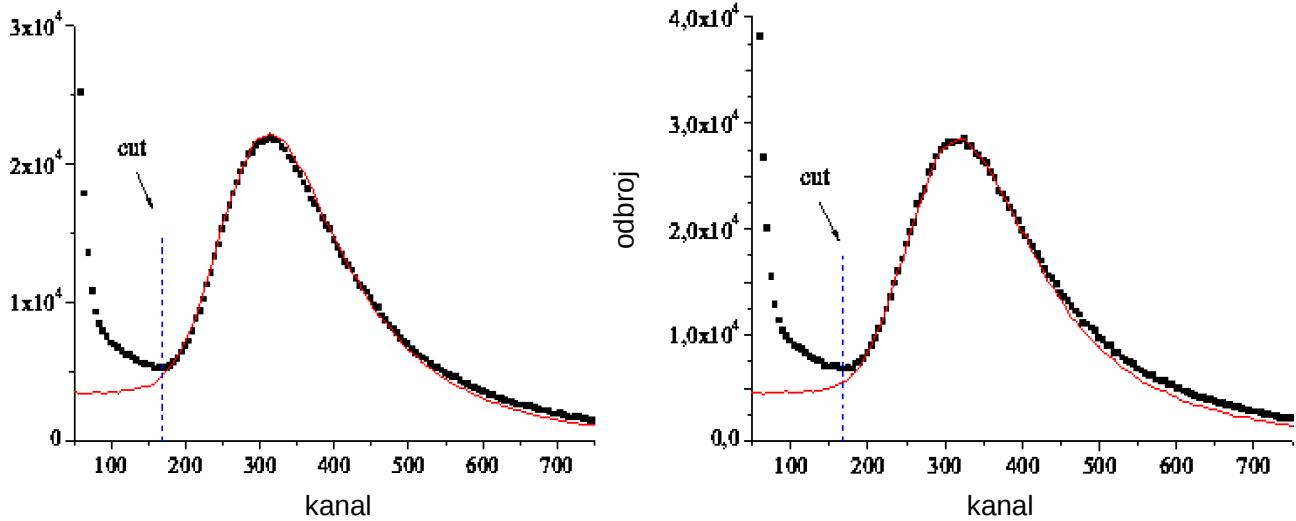


Slika 5.16 Vertikalni intenzitet miona u zavisnosti od dubine, merene od vrha atmosfere.

Navedene reference mogu se naći u [3].

Vertikalni intenzitet miona na nivou tla (u nadzemnoj laboratoriji) određen je korišćenjem apsorbera koji zaustavljaju meku elektronsku komponentu. Najčešće se u tu svrhu koristi sloj olova debljine 15 cm, koja definiše tvrdoću kosmičkog zračenja i razdvaja tvrdnu od meke komponente. Sa tipičnim gubitkom energije miona od 2 MeV/gcm^{-2} , 15 cm olovog štita daje impulsni *cutoff* od $0,32 \text{ GeV/c}$. Integralni spektri detektora sa olovnim apsorberom debljine 10 cm, odnosno 15 cm, prikazani su na slici 5.17. Simulacijom je određen broj mionskih događaja u niskoenegetskome delu spektra levo od *cut-a* (*cut* je u 178. kanalu spektra ili na $\approx 6 \text{ MeV}$): ovakvih događaja ima 6,57 % za 15 cm i 6 % za 10 cm olova, od ukupnog broja miona. Broj fonskih događaja desno od *cut-a* je 0,57 % za 15 cm i 1 % za 10 cm olova. Sa ovim korekcijama,

broj detektovanih mionskih događaja je 8 260 379, za ukupno vreme merenja od 504 360 s, odnosno 6 140 379 za vreme od 360 180 s, respektivno za merenja sa 15 cm, odnosno 10 cm olova. Slično kao za podzemni detektor, efektivna površina detektora je 1338 cm^2 .



Slika 5.17 Integralni ΔE spektar detektora sa olovnim apsorberom debljine 10 cm (levo) i 15 cm (desno).

Fluks miona je, onda,

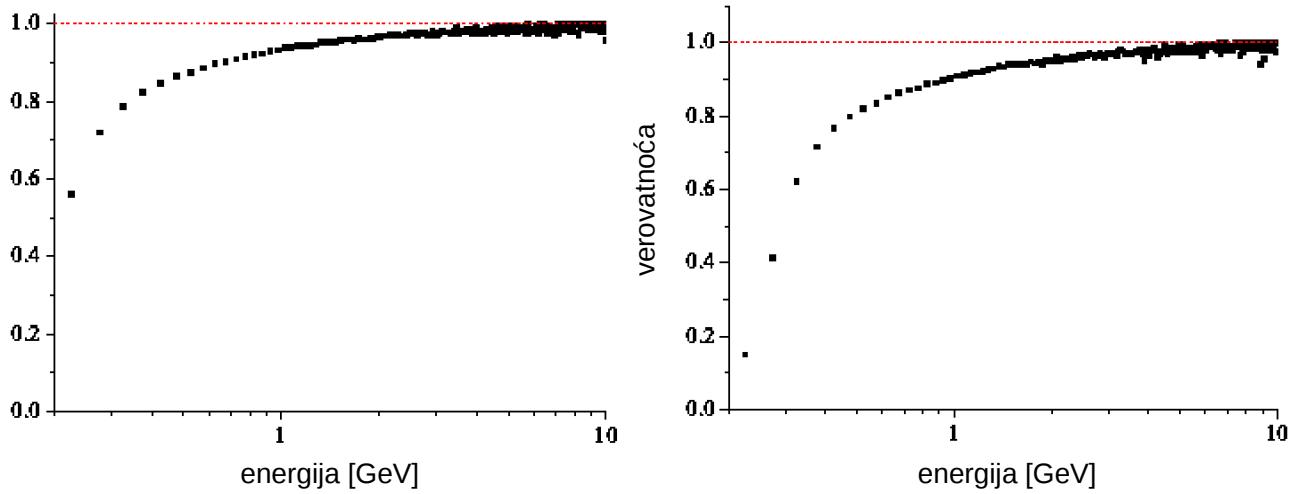
$$J_1 = (1,22 \pm 0,05) \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1},$$

$$J_2 = (1,27 \pm 0,05) \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}, \quad (5.20)$$

respektivno za merenja sa 15 cm, odnosno 10 cm olova. Razlika od 4,09 % može se pripisati mionima koji imaju dovoljnu energiju da prođu kroz 10 cm apsorbera a koje zaustavlja 15 cm apsorbera. Rezultat treba korigovati za one mione koji se zaustave u olovnom štitu. To je urađeno određivanjem verovatnoće preživljavanja miona nakon prolaska kroz apsorber; ona je takođe dobijena simulacijom (slika 5.18). Ova procedura je ekvivalentna ekstrapolaciji do impulsnog *cutoff*-a od 0 GeV/c. Ovako dobijena korekcija fluksa miona iznosi 11,9 % za 15 cm olova. Takođe, treba uračunati i one čestice koje usled višestrukog rasejanja u olovu ne pogode detektor. Ugaono odstupanje od prvobitnog pravca kretanja je

$$f(\Delta\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta} \exp\left(-\frac{\Delta\theta^2}{2\sigma_\theta^2}\right), \quad (5.21)$$

Varijanca je $\sigma_\theta = \frac{13,5}{p\beta} \sqrt{\frac{L}{\lambda}}$, gde su p impuls miona (u MeV/c), L debljina apsorbera (u cm) i λ radijaciona dužina (0,56 cm u olovu). Ova korekcija iznosi 1,8 %.



Slika 5.18 Verovatnoća preživljavanja miona nakon prolaska kroz olovo debljine 10 cm (levo) i 15 cm (desno).

Konačno, fluks i vertikalni intenzite miona iz kosmičkog zračenja na nivou nadzemne laboratorije, na nadmorskoj visini od 78 m, su:

$$J_G = (1,37 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1},$$

$$j_{v,G} = (8,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}. \quad (5.22)$$

Dobijeni rezultat je, uopšteno uzevši, u saglasnosti sa drugim merenjima fluksa miona: u suštini je isti kao rezultati iz [48,71,72,73], ili se razlikuje za nekoliko procenata [73,74,75], dok se nešto veća odstupanja ($\pm 7 - 10\%$) nalaze u [44,76,77,78]. Jedan noviji rezultat daje znatno veću vrednost, ali direktno poređenje nije moguće zbog nepoznavanja podatka o nadmorskoj visini [79]. Sa druge strane, merenja diferencijalnog intenziteta miona daju manje vrednosti fluksa [80,81]; mogući razlog je sistematska greška pri kalkulaciji apsolutnih vrednosti iz relativnih.

Iz skupa izmerenih intenziteta miona iz kosmičkog zračenja u različitim eksperimentima [3,69,80,81,82,83], procenjena je najverovatnija vrednost mionskog fluksa na nivou mora. Podaci su uzajamno normirani korekcijama za nadmorskiju visinu (nivo mora), geomagnetu širinu (50° N) i impulsni prag ($p > 0,32$ GeV/c). Najverovatniji vertikalni intenzitet miona je, onda:

$$j_v(p > 0,32 \text{ GeV/c}) = (8,6 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1},$$

$$j_v(p > 0,32 \text{ GeV/c}) = (9,10 \pm 0,13) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}, \quad (5.23)$$

respektivno za neotežinjene i otežinjene podatke.

5.3.2 Intenzitet elektronske komponente

U nadzemnoj laboratoriji, pored merenja intenziteta kosmičkog zračenja sa apsorberom od olova kao diskriminatom miona od elektrona (ovde elektroni podrazumevaju i pozitrone), vršena su i merenja sa nezaklonjenim scintilacionim detektorom. Fluks dobijen na taj način predstavlja ukupni fluks miona i elektrona (tvrde i meke komponente) i u dva različita merenja rezultat je bio $(1,7 \pm 0,1) \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$, što je za oko 23 % više od fluksa miona. Ova razlika je, u stvari, procena fluksa elektrona. Preliminarna kalkulacija elektronskog fluksa urađena je i sa podacima iz 2010. godine. Upoređujući spektre na površini i pod zemljom, kao i sa simuliranim spektrima uporedno, vidi se da se razlikuju i to naročito u delu ispod 6 MeV, gde je i oblik spektra drukčiji (slika 5.7). Oprezno pripisujući tu razliku ΔE spektru elektrona, može se grubo proceniti i njihov fluks. To je donekle i opravdano jer simulacija pokazuje da ΔE spektar niskoenergetskih elektrona u debelim scintilatorima jako zavisi od energije – pik u spektru pomera se ka nuli, odnosno ka energiji jednakoj energiji elektrona. To je posledica činjenice da je ionizacioni gubitak energije takvih elektrona u scintilatoru praktično jednak energiji elektrona, tako da oni deponuju svu svoju energiju.

Problem je kako odrediti procenat događaja ispod energije *cut-a*, što može biti uzrok relativno velikoj sistematskoj grešci. Precizna simulacija sa dobro definisanim distribucijama elektrona po energiji i zenitnim uglovima možda može da reši taj problem. Jednostavna procena niskoenergetskog udela dobija se ekstrapolacijom eksperimentalnog spektra do $\Delta E = 0$. Korekcija koja odatle sledi je 10,2 %, sa konzervativnom procenom greške od 30 %. Broj događaja je $4,079 \cdot 10^9$, vreme merenja $2,108 \cdot 10^7$ i efektivna površina detektora $10\ 515 \text{ cm}^2$. Nakon korekcije, fluks čestica kosmičkog zračenja koje dolaze na detektor u nadzemnoj laboratoriji je

$$J_{e,\mu} = (2,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (5.24)$$

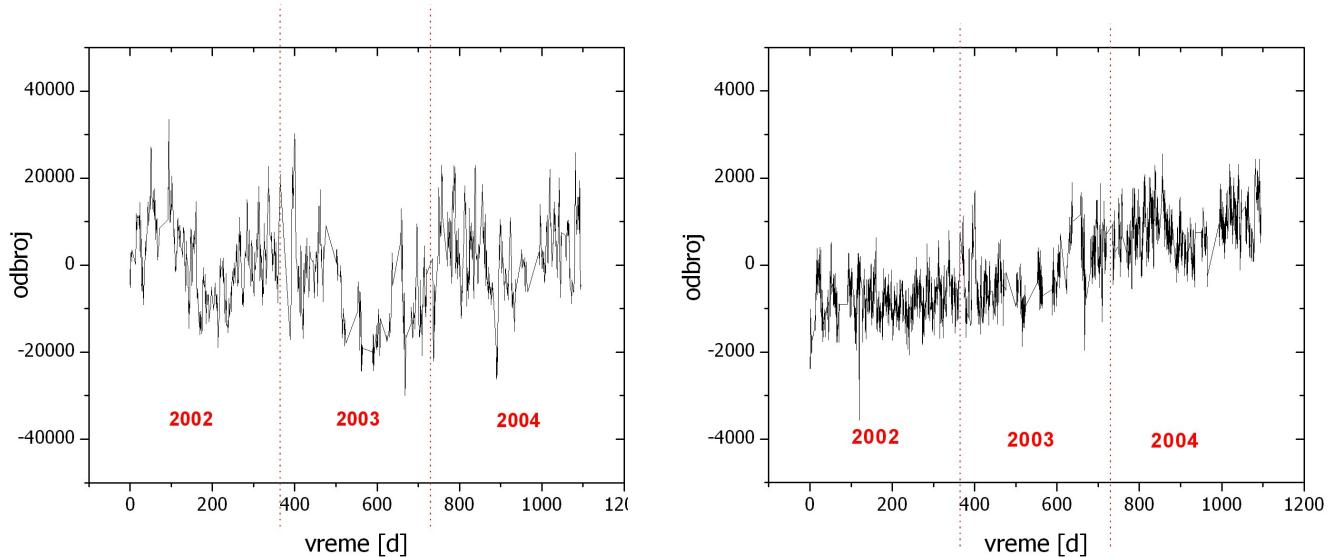
Ako je fluks elektronske komponente jednak razlici totalnog i mionskog fluksa, dobija se da je

$$\begin{aligned} J_e &= (6 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}, \\ j_{v,e} &= (3,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Eksperimenti iz pedesetih godina prošlog veka daju vertikalni intenzitet meke komponente na niovu mora $3,1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$, odnosno $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$, dok se kasnije izmerene niže vrednosti odnose na elektrone sa energijom iznad nekog praga [42,48,84,85]. Rezultat (5.25) se lepo slaže sa drugim merenjima, a dodatne provere, kao i preciznije određivanje fluksa moguće je uz pomoć simulacionih metoda.

5.3.3 Vremenske promene intenziteta miona

Spektralna analiza promena intenziteta miona iz kosmičkog zračenja urađena je na skupu podataka iz merenja scintilacionih detektora u periodu 2002. – 2004. godina [86,87,88,89]. Ovaj vremenski interval odgovara opadajućoj fazi 23. solarnog ciklusa i pokriva period nakon maksimuma 23. ciklusa kada je Sunce bilo naročito aktivno. Podaci sa oba detektora, iz nadzemne i podzemne laboratorije, usrednjeni na 4 h, prikazani su na slici 5.19. Fluktuacije su izraženije kod nadzemnog detektoru. To je posledica činjenice da podzemni detektor registruje mione viših energija kao i okolnosti da radi u stabilnijem okruženju.



Slika 5.19 Relativne promene intenziteta miona iz kosmičkog zračenja snimljene nadzemnim (levo), odnosno podzemnim (desno) detektorom, u periodu 2002. – 2004.

U analizi su korišćeni sirovi podaci, bez prethodnog korigovanja. Vremenski niz je nekompletan, sa 30 % nedostajućih podataka. Zbog toga su primenjene metode za spektralnu analizu koje na efikasan način obrađuju vremenske nizove sa nekompletnim podacima: Lomb-Scargleov periodogram i CLEAN algoritam [88,89,90,91,92]. Rezultati spektralne analize prikazani su u tabelama 5.3 i 5.4 i na slikama 5.20 i 5.21. Na Lomb-Scargleovom periodogramu na slikama 5.20(a,b,c,d) i 5.21(a,b,c,d) plotovan je nivo značajnosti od 99 %. Greška je određena na dva načina: ΔT_a je teorijski ocenjena greška iz poznate frekventne rezolucije $\delta\nu = 10 \text{ nHz}$, a ΔT_b je eksperimentalna greška data kao polusirina na polovini maksimuma datog signala. Ove greške su uporedive, te se teško razlikuju prave od kvaziperiodičnosti.

Tabela 5.3 Periodičnosti u skupu podataka nadzemnog detektora.

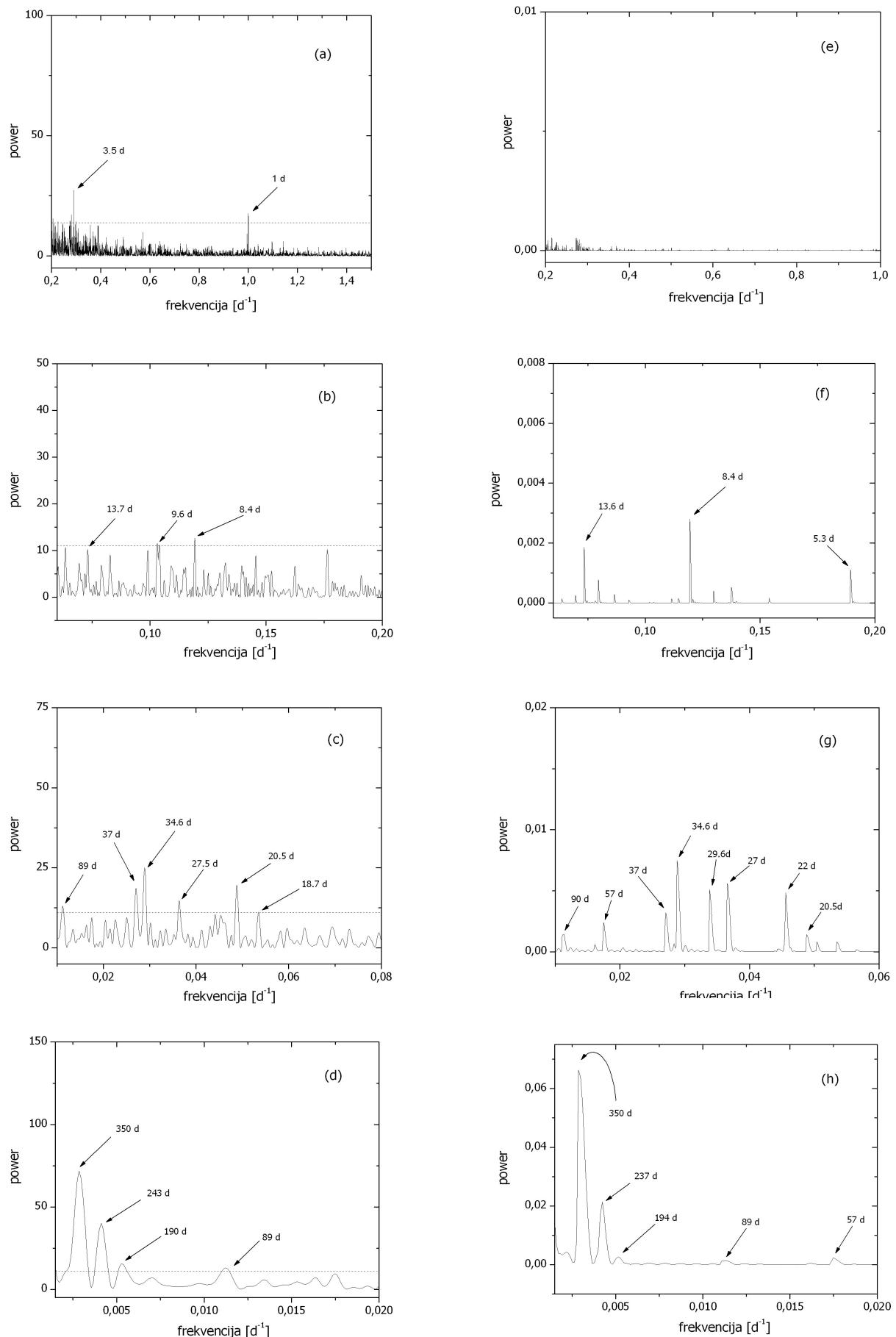
T [d]	5,3	8,4	13,6	20,5	27	34,6	37	57	90	194	237	350
ΔT_a [d]	$5 \cdot 10^{-4}$	0,03	0,1	0,2	0,3	1	0,6	2,5	3,5	16	24	53
ΔT_b [d]	-	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	-	4	15	18	43

Tabela 5.4 Periodičnosti u skupu podataka podzemnog detektora.

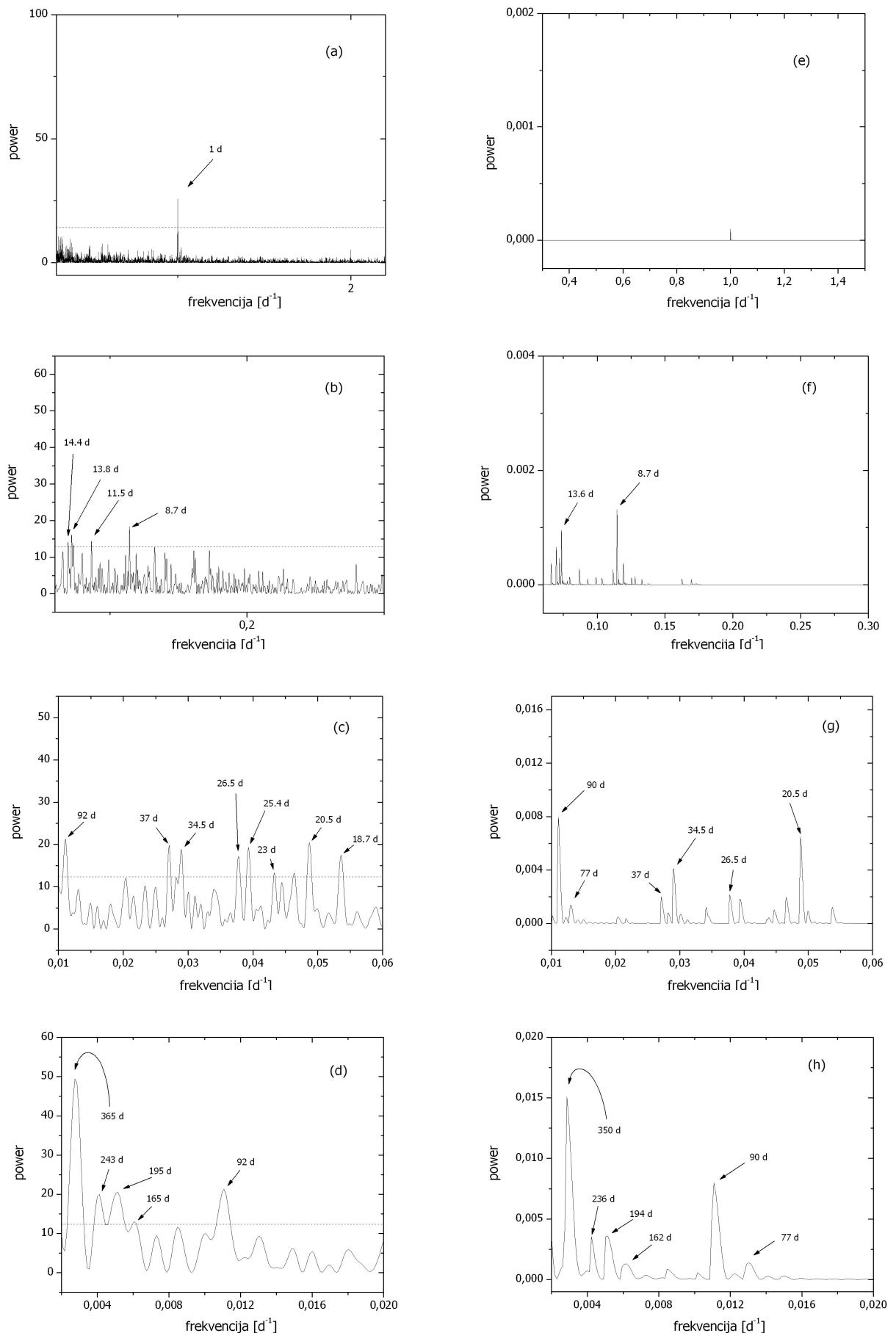
T [d]	1	8,7	13,6	20,5	26,5	34,5	37	77	90	162	194	236	350
ΔT_a [d]	$5 \cdot 10^{-4}$	0,03	0,1	0,2	0,3	1	0,6	2,5	3,5	11,5	16	24	53
ΔT_b [d]	-	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,5	-	4	10	20	23	45

Statistički značajne periodičnosti su, uglavnom, zajedničke za oba detektora, ali postoje neki pikovi koji su jedinstveni za jedan ili drugi detektor. Oni se pojavljuju kao posledica energetski zavisnih procesa modulacije: mioni na površini imaju energije iznad 1 GeV, a do podzemnog detektora stižu oni koji na površini imaju iznad 5 GeV i koje proizvodi primarno kosmičko zračenje viših energija.

Period rotacije Sunca od 27 d prepoznaće se u periodogramima oba detektora: $27,0 \pm 0,3$ d za nadzemni i $26,5 \pm 0,3$ d za podzemni. Ovaj signal je prisutan u različitim parametrima koji opisuju solarnu aktivnost kao i u mnogim vremenskim nizovima intenziteta kosmičkog zračenja. Takođe, javljaju se i viši harmonici perioda rotacije Sunca (8,7 d, odnosno 8,4 d, i 13,6 d), a kod nadzemnog detektora se vide i harmonici od 3,5 d i 5,3 d. Prisustvo ovih signala može biti u vezi sa sektorskom struktukrom međuplanetarnog magnetnog polja. U oblasti viših frekvencija, u podacima podzemnog detektora postoji pik na periodu od 1 d. U slučaju nadzemnog detektora, isti signal se nalazi u Lomb-Scargleovom periodogramu, dok ga CLEAN ne prepoznaće. Ova periodičnost je delom posledica atmosferskih efekata, ali ukazuje i na izvesnu anizotropiju kosmičkog zračenja. U frekventnom opsegu od $0,01 \text{ d}^{-1} - 0,05 \text{ d}^{-1}$ nalazi se čitav skup signala, sa različitom signifikantnošću: $20,5 \pm 0,2$ d, $27,0 \pm 0,3$ d ($26,5 \pm 0,3$ d), $34,5 \pm 0,5$ d, 37 ± 1 d i 90 ± 4 d kod oba detektora, zatim $22,0 \pm 0,2$ d i 57 ± 3 d samo kod nadzemnog, i $25,4 \pm 0,3$ d i 77 ± 3 d samo kod podzemnog detektora. Ove periodičnosti su primećene u merenjima neutronske monitora na velikim nadmorskim visinama [93]. U niskofrekventnom delu se u podacima podzemnog detektora pojavljuje period od 162 ± 10 d. Nije sasvim jasno odakle potiče ali je blizu perioda 170 d iz 22. solarnog ciklusa [94]. Na kraju, većina ovde navedenih signala pojavljuje se i u studijama sunčevih CME podataka u periodu maksimuma 23. solarnog ciklusa [95].

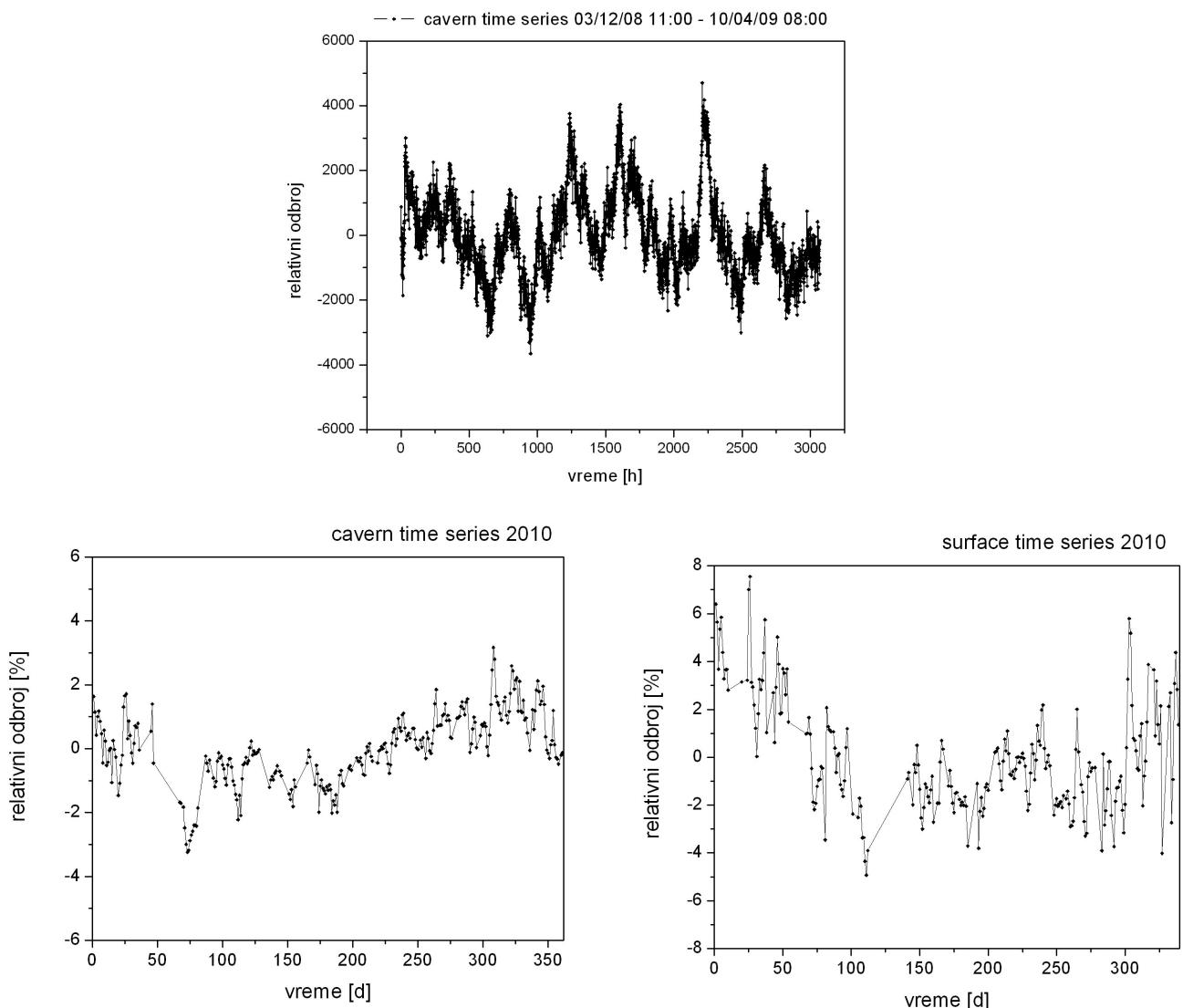


Slika 5.20 Periodogram vremenskog niza nadzemnog detektora:
Lomb-Scargleov periodogram (levo) i CLEAN periodogram (desno).

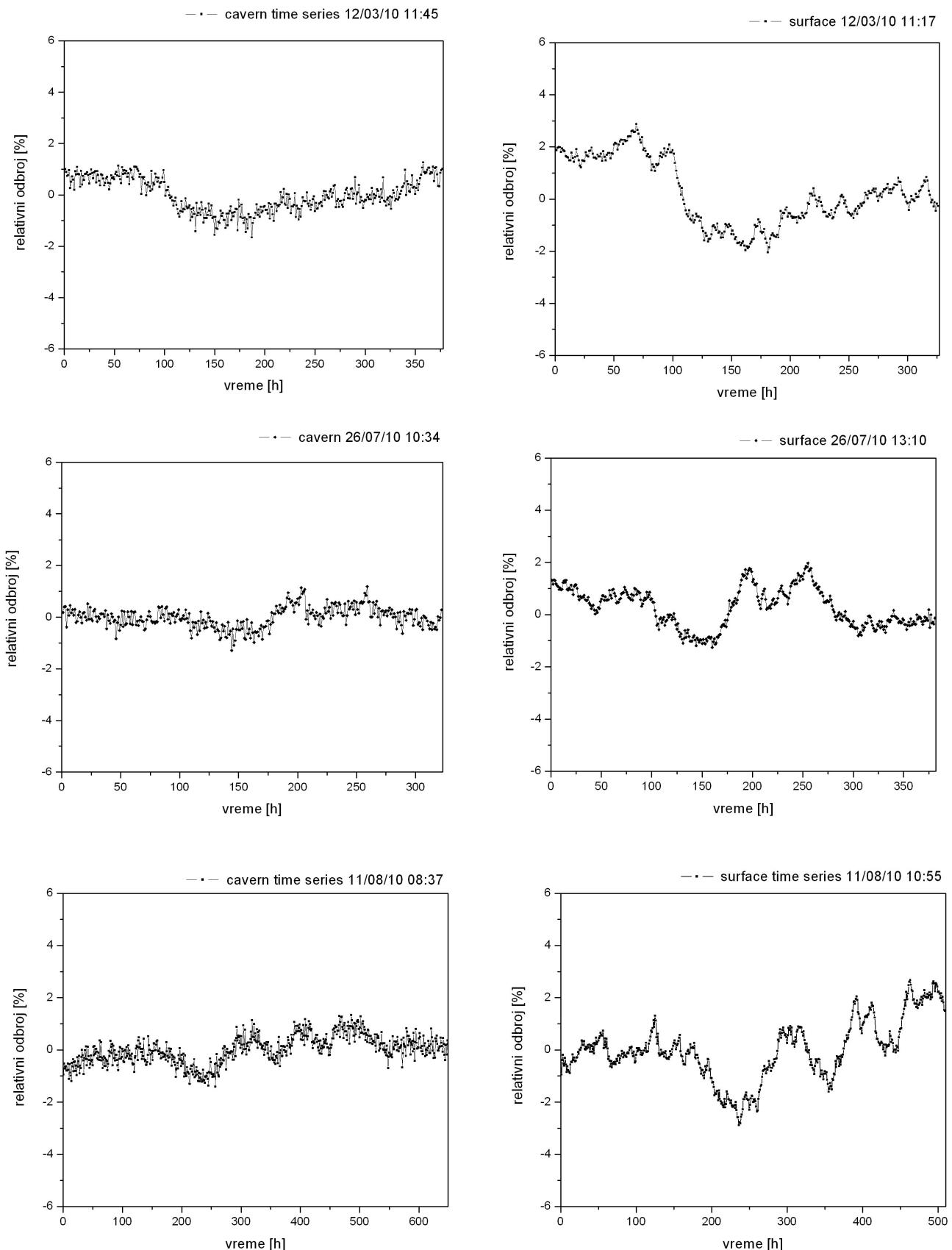


Slika 5.21 Periodogram vremenskog niza podzemnog detektora:
Lomb-Scargleov periodogram (levo) i CLEAN periodogram (desno).

Merenja vremenskih zavisnosti intenziteta miona nastavljena su, u stabilnijim uslovima i sa znatno manje nedostajućih podataka, velikim scintilacionim detektorima, ali detaljnija analiza tek treba da bude urađena. Vremenski nizovi odbroja detektora za period decembar 2008. – april 2009. (samo podzemni detektor, 1-časovni odbroj) i za celu 2010. (oba detektora, 1-dnevni odbroj) prikazani su na slici 5.22, a za izabrane kraće periode (oba detektora, 1-časovni odbroj) na slici 5.23. Podaci nisu korigovani na atmosferski pritisak i temperaturu, a nizovi za 2010. godinu očišćeni su od loših podataka, kao i od podataka čiji su periodi integracije manji od 24 h. Vremenski nizovi su značajno korelisani, tj. modulacija mionskog intenziteta se vidi u obe laboratorije, pri čemu je amplituda modulacije veća za nadzemnu laboratoriju, približno za faktor dva. Jedan od razloga za to je što su uslovi u podzemnoj laboratoriji značajno stabilniji.



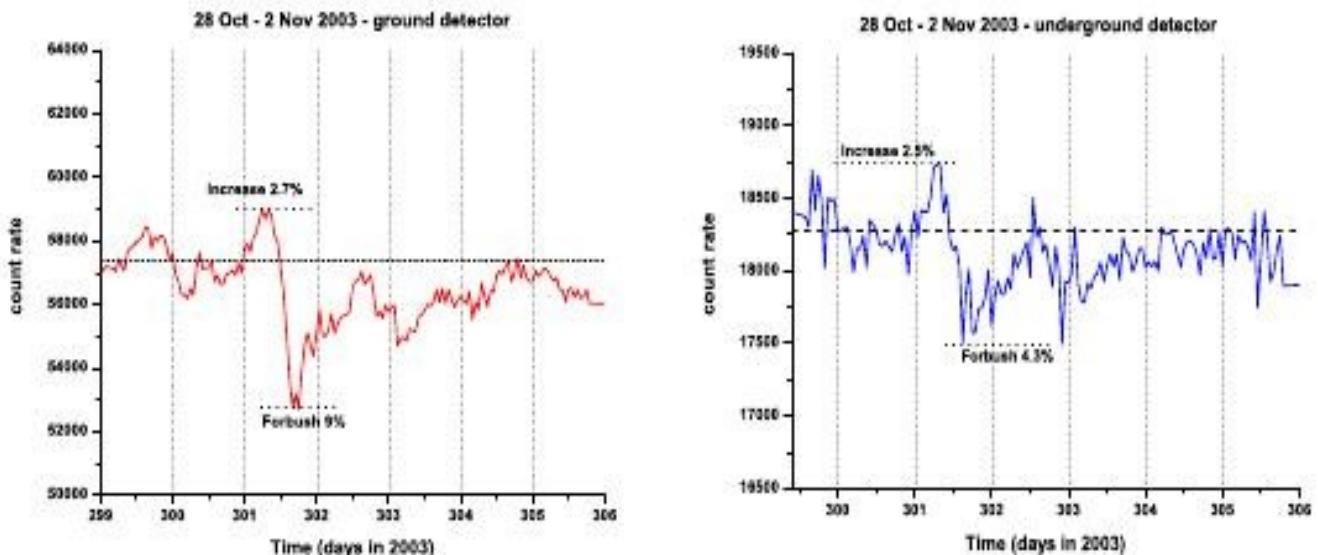
Slika 5.22 Vremenske promene intenziteta miona iz kosmičkog zračenja u periodu decembar 2008. – april 2009. i u 2010. godini (start: 05.01.2010).



Slika 5.23 Vremenske promene intenziteta miona iz kosmičkog zračenja u izabranim periodima, u podzemnoj (levo) i nadzemnoj (desno) laboratoriji.

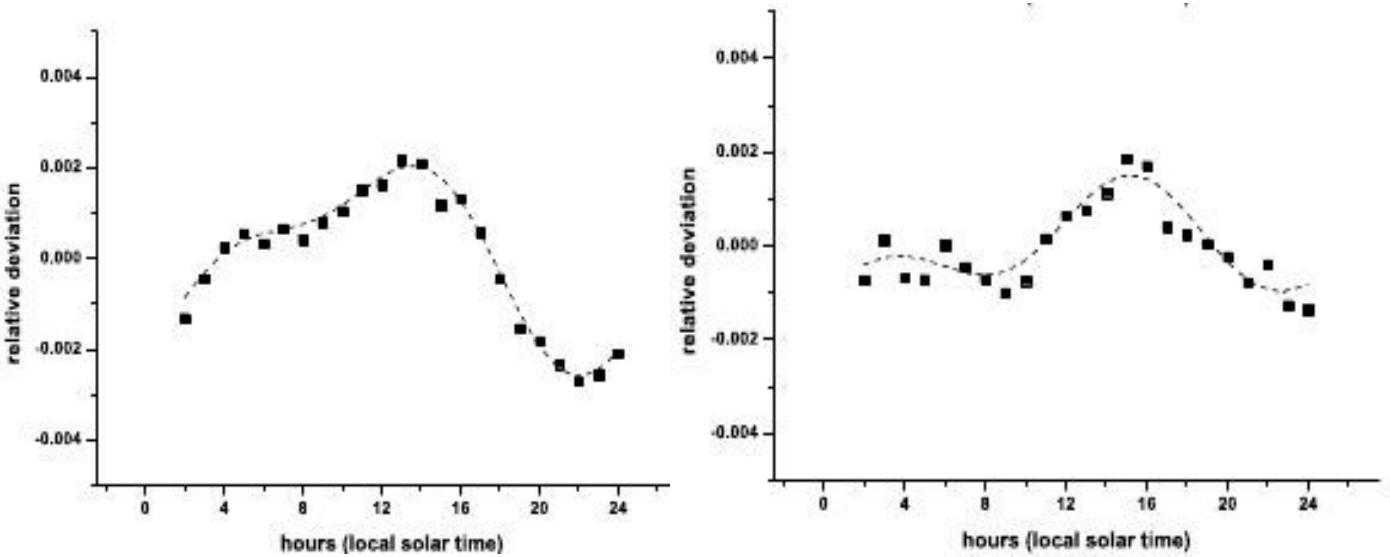
Datum i vreme označavaju početak merenja.

Nagle, neperiodične promene intenziteta kosmičkog zračenja (miona GeV-skih energija) izazvane su pretežno pojavama na Suncu, npr. koronalnim erupcijama, i one se takođe jasno vide u podacima, manifestujući se kao izvesno smanjenje intenziteta (signature iz marta i avgusta 2010.). Najinteresantnije ovakve nestalne promene koje se opažaju na Zemlji su GLE (*ground-level enhancement*) i Forbušev smanjenje. Ovaj potonji fenomen predstavlja naglo smanjenje intenziteta (do par desetina %) u toku 1-2 dana, praćeno sporim oporavkom (4-6 dana) do prethodnog nivoa. Do sada najizraženiji Forbušev efekat primećen u podacima Niskofonske laboratorije je iz oktobra 2003., koji je bio posledica solarne baklje X17.2 od 28. oktobra koji se dogodio skoro u sredini vidljivog solarnog diska (16°S , 8°E) [96]. Relativne promene intenziteta na lokaciji nadzemne i podzemne laboratorijske prikazane su na slici 5.24. Direkciona anizotropija, koja se manifestuje kao dnevna varijacija, jasno se vidi.



Slika 5.24 Forbušev smanjenje od 29. oktobra 2003. snimljeno nadzemnim (levo) i podzemnim (desno) detektorm.

Karakteristične dnevne i poludnevne promene intenziteta miona iz kosmičkog zračenja analizirane su detaljnije i dobijene su srednje amplitude i faze ovih varijacija [96,97,98]. Vremenski nizovi odbroja detektora u obe laboratorijske, za usrednjeni lokalni solarni dan u periodu od tri godine (2004 – 2007), prikazani su na slici 5.25.



Slika 5.25 Dnevne i poludnevne promene intenziteta miona u nadzemnoj (levo) i podzemnoj (desno) laboratoriji.

Fitovanjem podataka zbirom dve sinusne funkcije dobijaju se amplitude i faze dnevne i poludnevne varijacije. Za nadzemnu laboratoriju:

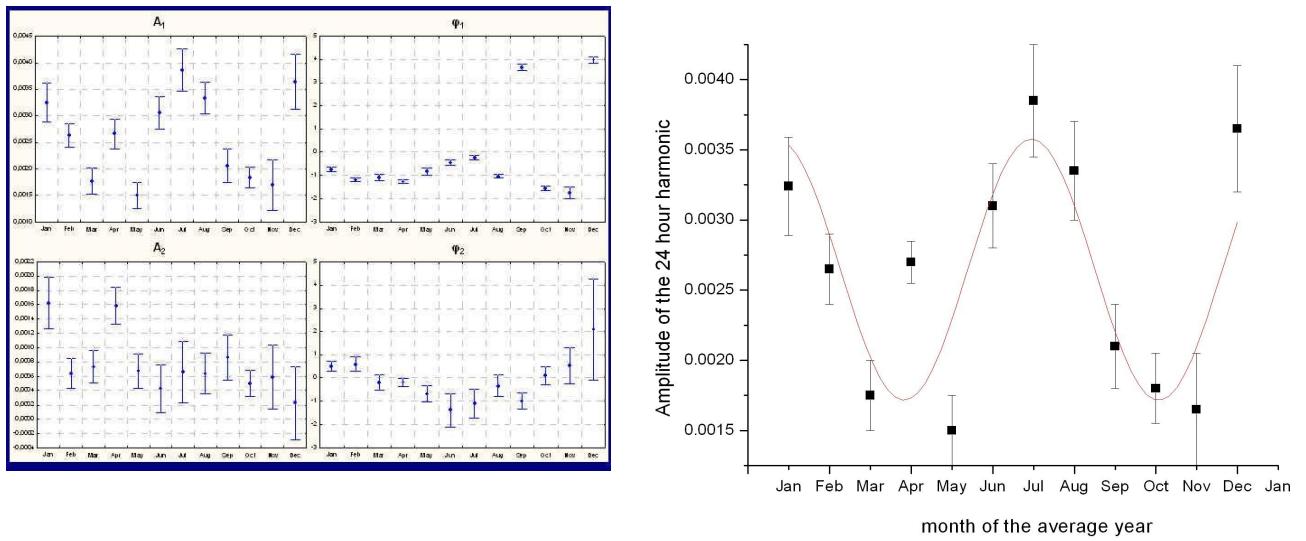
$$A_1 = (1,96 \pm 0,07) \cdot 10^{-3} , \quad \varphi_1 = (11,1 \pm 0,1) \text{ h LST}, \\ A_2 = (7,4 \pm 0,7) \cdot 10^{-4} , \quad \varphi_2 = (3,3 \pm 0,2) \text{ h LST}, \quad (5.26)$$

Za podzemnu laboratoriju amplitude su

$$A_1 = (9 \pm 1) \cdot 10^{-4} , \\ A_2 = (6 \pm 1) \cdot 10^{-4} , \quad (5.27)$$

respektivno za 24-časovni i 12-časovni harmonik. Donekle sličan rezultat dobijen je za mione sa energijom iznad 0,7 GeV: amplituda i faza dnevne varijacije su 0,15 % i 14,4 h, a amplituda i faza poludnevne varijacije su 0,05 % i 0,2 h [99].

Dnevne i poludnevne promene intenziteta miona imaju jaku sezonsku zavisnost, a njihove amplitude i faze se gotovo harmonijski menjaju tokom godine. Posebno je interesantna amplituda dnevne varijacije, čija godišnja promena ima 6-mesečni period sa maksimumima u solsticijumima i minimumima u ekvinocijumima (slika 5.26). Dominantan uticaj na ovakvo ponašanje amplituda i faza ima solarna modulacija, ali takođe i atmosferske promene tokom godine [100,101]. Slična pojava nije sa zadovoljavajućom značajnošću primećena u podacima podzemnog detektora.



Slika 5.26 Sezonska promena amplitude i faze 12-časovne i 24-časovne varijacije intenziteta miona.

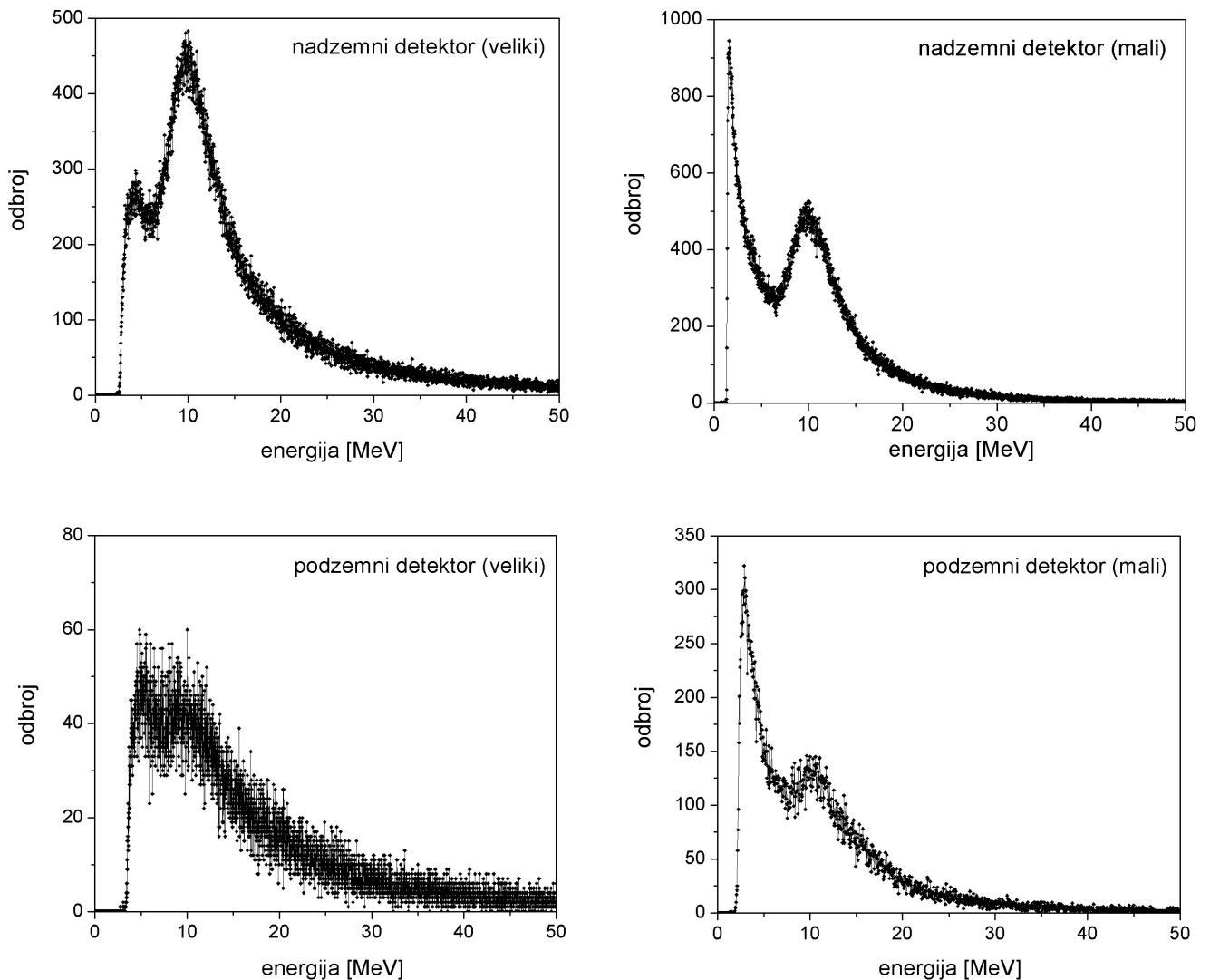
Posebno je izdvojena promena amplitude 24-časovne varijacije.

5.3.4 Dekoherencija

Višemionski događaji mogu nastati u interakcijama miona sa sredinom u blizini detektora ili u samom detektoru, u hadronskim interakcijama u širokim atmosferskim pljuskovima ili u raspadima teških čestica sa kanalima raspada u dva ili više miona. Ovi događaji karakterišu se raspodelom po broju miona (multiplicitet), kao i prostornom raspodelom miona iz jednog višemionskog događaja (dekoherencija). Dekoherencija ili lateralna separacija opisuje se krivom dekoherencije, koja predstavlja broj parova (ili više) miona registrovanih u različitim detektorima u funkciji od njihovog međusobnog rastojanja, podeljen proizvodom površina detektora. Iz krive dekoherencije koincidentnih događaja u dva detektora, u obe laboratorije, kao i iz koincidentnih spektara tih detektora na različitim udaljenostima i njihovim upoređivanjem sa ukupnim spektrima detektora, moguće je da se definišu i razdvoje mionska i elektromagnetna komponenta kosmičkog zračenja. Kako je postavka eksperimenta ista u obe laboratorije, upoređivanje rezultata na nivou tla i pod zemljom takođe može da donese eventualno interesantne rezultate.

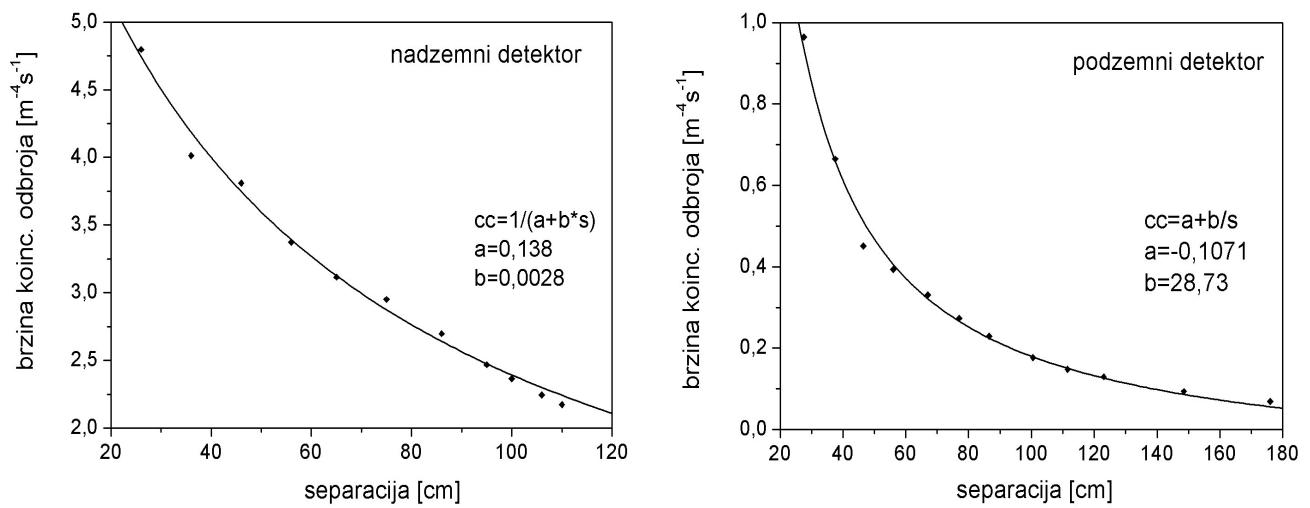
Kriva dekoherencije dobijena je određivanjem brzine koincidentnih odbroja, normirane na proizvod površina, u funkciji od rastojanja (separacije) dva detektora. Koincidentiranje događaja vrši se u zadatom vremenskom opsegu; poluširina vremenskih spektara je 60 ns. Koincidentni spektri su prikazani na slici 5.27, i oni su uglavnom spektri elektromagnetnih pljuskova koji dolaze na detektore. Razlike u spektrima nadzemnih i podzemnih detektora reflektuju prirodu

pljuskova na površini i u podzemnoj laboratoriji. Niskoenergetski deo spektra (ispod ≈ 6 MeV) potiče od gama komponente a visokoenergetski od elektronske komponente.



Slika 5.27 Koincidentni spekttri velikih (levo) i malih (desno) scintilacionih detektora, za najmanju separaciju u nadzemnoj (gore) i podzemnoj (dole) laboratoriji.

Krive dekoherencije prikazane su na slici 5.28. One su fitovane različitim funkcijama, jer su i raspodele broja koincidentnih događaja uzrokovane različitim karakteristikama kosmičkog zračenja na površini i pod zemljom, kao i drugaćijim osobinama sredine u kojoj se stvaraju pljuskovi čestica. Odnos intenziteta raspodela broja koincidentnih odbroja u nadzemnoj i podzemnoj laboratoriji veći je dva puta od odnosa ukupnog intenziteta miona u dvema laboratorijama.



Slika 5.28 Krive dekoherenčije za nadzemnu (levo) i podzemnu (desno) laboratoriju.

6 ZAKLJUČAK

Rad na tezi je započet sa ciljem da se naprave simulacije spektralnog odziva plastičnih scintilacionih detektora instaliranih u Niskofonskoj laboratoriji Instituta za fiziku, koje bi omogućile kvalitetniju analizu eksperimentalnih podataka. One su bazirane na softverskom paketu Geant4, sveobuhvatnom alatu za simulacije transporta čestica i njihovih interakcija sa materijom. Pokazalo se da je to bilo opravdano, jer je dobijeno odlično slaganje simuliranih i eksperimentalnih spektara deponovane energije. Korektno urađena simulacija omogućila je da se, poređenjem sa eksperimentalnim spektrom, veoma precizno utvrdi doprinos miona iz kosmičkog zračenja i na taj način odredi broj mionskih događaja. Na taj način, dobijeni su rezultati za ukupni fluks i za vertikalni intenzitet miona na površini i plitko ispod površine Zemlje, za geografsku lokaciju laboratorije. Rezultati su upoređeni sa rezultatima sličnih merenja u svetu i pokazalo se da su u dobroj saglasnosti.

Vremenske promene intenziteta kosmičkog zračenja posledica su promena strukture magnetnog polja koje deluje na nanelektrisane čestice zračenja, i koja zavisi od fenomena vezanih za aktivnost Sunca. Zato su promene intenziteta miona iz kosmičkog zračenja dobar indikator solarne aktivnosti. Kontinuiranim monitorisanjem mionskog intenziteta može da se utvrdi da li su ove promene periodične. Rezultati su ukazali da se periodičnosti u varijacijama intenziteta mionskog fluksa na površini Zemlje mogu povezati sa procesima na Suncu. Neperiodične promene na Suncu, poput koronalnih erupcija, jako utiču na intenzitet niskoenergetskog kosmičkog zračenja, i promene koje one uzrokuju jasno su vidljive u vremenskim nizovima odbroja detektora i na površini i u podzemnoj laboratoriji. Posebno su, zbog veličine svoje amplitude, interesantne pojave Forbuševog smanjenja. Takođe, analizirane su dnevne varijacije intenziteta miona, i određene su amplitude i faze dnevnih i poludnevnih harmonika i utvrđeno je da postoji sezonska modulacija amplituda dnevne varijacije intenziteta.

Merenja intenziteta kosmičkog zračenja nastaviće se u što je više moguće stabilnim uslovima, a rezultati će biti konstantno poređeni sa rezultatima merenja neutronskih monitora. Primena simulacionih metoda nastaviće se još intenzivnije korišćenjem softverskih paketa Geant4 i CORSIKA [102]. CORSIKA je alat za simulacije širokih atmosferskih pljuskova indukovanih primarnim kosmičkim zračenjem; on modeluje propagaciju čestica kroz atmosferu i kao rezultat daje prostornu i energetsку raspodelu čestica na datom opservacionom nivou. CORSIKA može pomoći da se odredi opseg energija primarnog kosmičkog zračenja koji odgovara izmerenom fluksu miona na površini, kao i u razumevanju lateralne distribucije

koincidentnih događaja u prostorno razdvojenim detektorima. Poređenjem simulacija sa eksperimentalnim rezultatima mogu da se izvuku neki zaključci o osobinama kosmičkog zračenja na površini, kao što je doprinos meke komponente. Detaljna analiza koincidentnih događaja u zavisnosti od uzajamnog prostornog rasporeda detektora, odnosno koincidentnih spektara detektora i krive dekoherencije, omogući će da se definišu a zatim i razdvoje mionska i elektronska komponenta. Poseban pravac istraživanja su pojave indukovane mionima iz kosmičkog zračenja, pre svega produkcija neutrona u zemljištu ili u različitim materijalima, kao i signature u spektrima germanijumskih detektora kosmičkog porekla. Nove interesantne teme pojavljuju se u vezi sa uticajem kosmičkog zračenja na klimatske procese na Zemlji, posebno na formiranje oblaka; jedno razmatranje relacije Forbuševo smanjenje intenziteta – oblačnost već je donelo zanimljive rezultate [103].

REFERENCE

1. S. Hayakawa, *Cosmic Ray Physics – Nuclear and Astrophysical Aspects*, John Wiley & Sons, New York (1969) (izdanje na ruskom: Сатио Хаякава, **Физика космических лучей, Ядерно-физический аспект**, МИР, Москва (1973)).
2. T.K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
3. P.K.F. Grieder, *Cosmic Rays at Earth – Researcher's Reference Manual and Data Book*, Elsevier, Amsterdam (2001).
4. L.I. Dorman, *Cosmic Rays in the Earth's Atmosphere and Underground*, Kluwer, Dordrecht (2004).
5. T. Stanev, *High Energy Cosmic Rays*, Springer, Berlin (2009).
6. J. Puzović, *Doprinos kosmičkog zračenja fonu germanijumskog detektora*, doktorska teza, Fizički fakultet, Beograd (1998).
7. V.F. Hess, *Phys. Zs.* **13** (1912) 1084.
8. A.W. Wolfendale, *Cosmic Rays at Ground Level*, Institute of Physics, London (1973).
9. A.A. Watson, *Proc. of the 25th ICRC* **8** (1997) 257.
10. G.V. Kulikov, G.B. Khristiansen, *Sov. Phys. JETP* **35** (1958) 635.
11. T. Antoni *et al.* (KASCADE Collaboration), *Astropart. Phys.* **24** (2005) 1.
12. W.D. Apel *et al.* (KASCADE Collaboration), *Astropart. Phys.* **31** (2009) 86.
13. S.E. Forbush, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **43** (1957) 28.
14. S.E. Forbush, *J. Geophys. Res.* **63** (1958) 651.
15. C. Stoermer, *Arch. Sci. Phys. Nat. Ser. 4* **32** (1911) 117.
16. E. Rutherford, *Phyl. Mag.* **21** (1911) 669.
17. M.N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **79** (1950) 615.
18. H. Bethe, *Ann. d. Phys.* **5** (1930) 325.
19. F. Bloch, *Phys. Zs.* **81** (1933) 363.
20. R.M. Sternheimer *et al.*, *At. Data Nucl. Data Tables* **30** (1984) 281.
21. W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, Clarendon Press, Oxford (1954).
22. R.D. Evans, *The Atomic Nucleus*, McGraw-Hill, New York (1955).
23. H. Bethe, W. Heitler, *Proc. Roy. Soc. A* **146** (1934) 83.
24. P.A.M. Dirac, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **26** (1930) 361.
25. V. Flaminio *et al.*, CERN-HERA Rep. 84-01 (1984).

26. A.M. Hillas, *Proc. of the 16th ICRC* **8** (1979) 7.
27. R.P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415.
28. E. Yen, *Phys. Rev. D* **10** (1974) 836.
29. E. Albini *et al.*, *Nuovo Cim. A* **32** (1976) 101.
30. W. Thome *et al.*, *Nucl. Phys. B* **129** (1977) 365.
31. D. Cline *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **31** (1973) 491.
32. T.K. Gaisser, F. Halzen, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 1754.
33. L. Durand, H. Pi, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 303.
34. A. Capella, *Phys. Rev. D* **18** (1978) 3357.
35. B. Gross, *Zs. Phys.* **83** (1933) 214.
36. V. Agrawal *et al.*, *Phys. Rev. D* **53** (1996) 1314.
37. E. Schopper *et al.*, *Handbuch der Physik, Kosmische Strahlung XLVI/2* (1967) 372.
38. A. Codino *et al.*, *J. Phys. G* **23** (1997) 1751.
39. H.H. Mielke *et al.*, *J. Phys. G* **20** (1994) 637.
40. M. Aglietta *et al.*, *Astropart. Phys.* **19** (2003) 329.
41. R.R. Daniel, S.A. Stevens, *Rev. Geophys. and Space Phys.* **40** (1974) 751.
42. K.P. Beuermann, G. Wibberenz, *Can. J. Phys.* **46** (1968) S1034.
43. R.L. Golden *et al.*, *J. Geophys. Res.* **100** (1995) 23515.
44. O.C. Allkofer, *Phys. Lett. B* **36** (1971) 425.
45. O.C. Allkofer, P.K.F. Grieder, *Cosmic Rays on Earth*, Karlsruhe (1984).
46. P. Lipari, *Astropart. Phys.* **1** (1993) 195.
47. S. Olbert, *Phys. Rev.* **96** (1954) 1400.
48. K. Greisen, *Phys. Rev.* **61** (1942) 212.
49. D.P. Bhattacharyya, *Nuovo Cim.* **24** (1974) 78.
50. S. Matsuno *et al.*, *Phys. Rev. D* **29** (1984) 1.
51. Ch. Berger *et al.* (Fréjus Collaboration), *Phys. Lett. B* **227** (1989) 489.
52. K. Maeda, *Fortschr. Phys.* **21** (1973) 113.
53. O.C. Allkofer, R.D. Andersen, *Nuovo Cim. B* **51** (1967) 329.
54. W.R. Fraser *et al.*, *Phys. Rev. D* **5** (1972) 1653.
55. T.H. Burnett *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 937.
56. G.K. Ashley *et al.*, *Phys. Rev. D* **12** (1975) 20.
57. M.G. Thompson *et al.*, *Proc. of the 15th ICRC* **6** (1977) 21.
58. O.C. Allkofer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **41** (1978) 832.
59. B.C. Rastin, *J. Phys. G* **10** (1984) 1629.

60. B. Rossi, *Rev. Mod. Phys.* **21** (1949) 104.
61. O.C. Allkofer, P. Knoblich, *Nuovo Cim.* **3** (1970) 6.
62. S. Agostinelli *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth.* **506** (2003) 250.
63. Geant4, internet strana, <http://geant4.cern.ch/>
64. S. Miyake, *Proc. of the 13th ICRC* **5** (1973) 3638.
65. M.G.K Menon, P.V. Ramana-Murthy, *Progress in Elementary Particles and Cosmic Rays* **9** (1967) 161.
66. Yu.D. Kotov, V.M. Logunov, *Acta Phys. Acad. Sci. Hung.* **29**, Suppl. 4 (1970) 73.
67. C. Grupen, *Fort. d. Phys.* **23** (1976) 127.
68. D.R. Joković *et al.*, *Appl. Radiat. Isot.* **67** (2009) 719.
69. A. Dragić *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth. A* **591** (2008) 470.
70. A.I. Barbouti, B.C. Rastin, *J. Phys. G* **9** (1983) 1577.
71. B. Rossi, *Rev. Mod. Phys.* **20** (1948) 537.
72. O.C. Allkofer, University of Kiel, Internal Report (1965).
73. M.A. Pomeranz, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1721.
74. R.W. Flint *et al.*, *Phys. Rev. D* **8** (1973) 1300.
75. W.L Kraushaar, *Phys. Rev.* **76** (1949) 1045.
76. J.N. Crookes, B.C. Rastin, *Proc. of the 12th ICRC* (1971).
77. N.L. Karmakar *et al.*, *Nuovo Cim. B* **17** (1973) 173.
78. P.J. Hayman, A.W. Wolfendale, *Proc. Phys. Soc.* **80** (1962) 710.
79. T. Enquist *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth. A* **554** (2005) 286.
80. J. Kremer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4241.
81. M. Motoki *et al.*, *Astropart. Phys.* **19** (2003) 113.
82. P.N. Dinh *et al.*, *Nucl. Phys. B* **627** (2002) 29.
83. S. Tsuji *et al.*, *J. Phys. G* **24** (1998) 1805.
84. C.N. Chou, *Phys. Rev.* **90** (1953) 473.
85. G.I. Pugacheva, N.S. Yamburenko, *Geomagn. and Aeron.* **13** (1973) 778.
86. J. Puzović *et al.*, *Proc. of the 28th ICRC* (2003) 1199.
87. A. Dragić *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. B* **20** (2005) 6953.
88. A. Dragić *et al.*, *Proc. of the 29th ICRC* **1** (2005) 249.
89. A. Dragić *et al.*, *Proc. of the 21st ECPRS* (2008) 368.
90. N.R. Lomb, *Astrophys. Space Sci.* **39** (1976) 447.
91. J.D. Scargle, *Astrophys. J.* **263** (1982) 835.
92. D.H. Roberts *et al.*, *Astron. J.* **93** (1987) 968.

93. R. Caballero, J.F. Valdés-Galicia, *Sol. Phys.* **212** (2003) 209.
94. A. Joshi, *Sol. Phys.* **185** (1999) 397.
95. Y.Q. Lou *et al.*, *Mon. Mot. R. Astron. Soc.* **345** (2003) 809.
96. A. Dragić *et al.*, *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **80** (2006) 307.
97. A. Dragić *et al.*, *Proc. of the 20th ECRS* (2006).
98. A. Dragić *et al.*, *Proc. of the 31th ICRC* (2009).
99. I. Braun *et al.*, *Proc. of the 29th ICRC* **2** (2005) 135.
100. M.A. Pomeranz, S.P. Duggal, *Space Sci. Rev.* **12** (1971) 75.
101. H. Elliot, D.W.N. Dolbear, *Proc. Phys. Soc. A* **63** (1950) 137.
102. D. Heck *et al.*, *FZKA Report* **6019** (1998).
103. A. Dragić *et al.*, *Astrophys. Space Sci. Trans.* **7** (2011) 315.